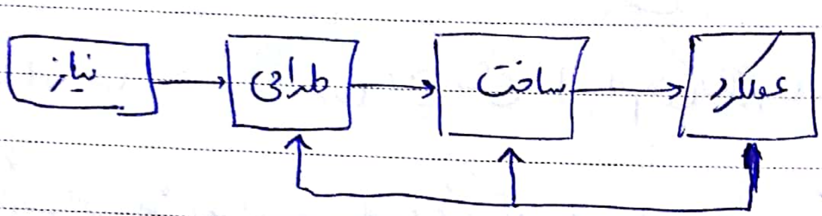
مقدمه‌ای بر اصول طراحی: اولین قدم در طراحی، نیاز است. پس از طراحی نوبت به ساختن می‌رسد و پس از آن عملکرد را می‌سنجیم. اگر مشکلی وجود داشت باید به مرحله طراحی یا ساخت برگردیم



ملاحظات طراحی: عوامل و پارامترهای متعددی در طراحی دخیل است:

۱- استحکام (Strength) ۲- قابلیت اعتماد (Reliability)

۳- مسائل حرارتی (Termal problems) ۴- سایش (wear)

۵- خوردگی (corrosion) ۶- اصطکاک (Friction)

۷- فرآیند ساخت (Processing) ۸- قیمت تمام شده (cost)

۹- ایمنی (safety) ۱۰- وزن (weigth) ۱۱- سر و صدا (Noise)

۱۲- شکل ظاهری (styling) ۱۳- قابلیت جذب مشتری ۱۴- اندازه (size)

۱۵- انعطاف‌پذیری ۱۶- دقت کنترل (Accuracy of control) ۱۷- دوام و استحکام (Durability)

۱۸- ماشین‌کاری و پرداخت سطح (polshing) ۱۹- روغن‌کاری (lubrication)

P4PCO
Scanned by CamScanner

۲۰- تغییر ناپذیری (؟) ۲۱- حجم ۲۲- قابلیت حمل و بسته بندی

طراحی استاتیکی اجزا: در طراحی اغلب تنش با توزیع یکنواخت فرض می گردد. با توجه به نحوه و چگونگی اعمال بار خارجی بر جسم مورد بررسی این تنش ها به نام های کششی، فشاری یا برشی خوانده می شوند

فرض یکنواختی تنش به این معناست که اگر قطعه را به ۲ قسمت تقسیم کنیم، اثر تنش با نیروی یکنواخت گسترده ای به اندازه $\sigma . A$ جایگزین می شود، به σ تنش یکنواخت گسترده گفته می شود

کرنش کششی: وقتی قطعه مستقیمی تحت بار محوری کششی قرار گیرد طول آن افزایش می یابد، نسبت افزایش طول به طول واحد، کرنش محوری گفته می شود $\sigma = \frac{F}{A}$ و $\varepsilon = \frac{\delta}{L}$

کرنش برشی: تغییر در زاویه قائم المان زمانی که قطعه تحت تنش برشی قرار گرفته باشد می باشد

خاصیت کشسانی ماده: خاصیتی است که آن را قادر می سازد پس از برداشتن بار، شکل و اندازه اولیه خود را باز یابد

قانون هوک: بیان می کند که در محدوده ی الاستیک تنش در هر ماده با کرنش متناظر آن متناسب است

طبق قانون هوک برای تنش های محوری و برشی می توان نوشت $\sigma = E\varepsilon$ و $\tau = G\gamma$

E و G ثابت های تناسب اند، E مدول کشسانی و ~~ثابت~~ مدول الاستیک ثابت G

مدول برشی و گاهی مدول صلابت نامیده می‌شود.

ضریب پواسون: آزمایش‌ها نشان می‌دهد وقتی ماده‌ای تحت کشش قرار گیرد، نه تنها کرنش محوری خواهد داشت بلکه کرنش عرضی نیز دارد. پواسون نشان داد که این ۲ کرنش در گستره‌ای که قانون هوک حاکم است با یکدیگر متناسب اند، نسبت این ۲ کرنش به ترتیب زیر بیان می‌شود.

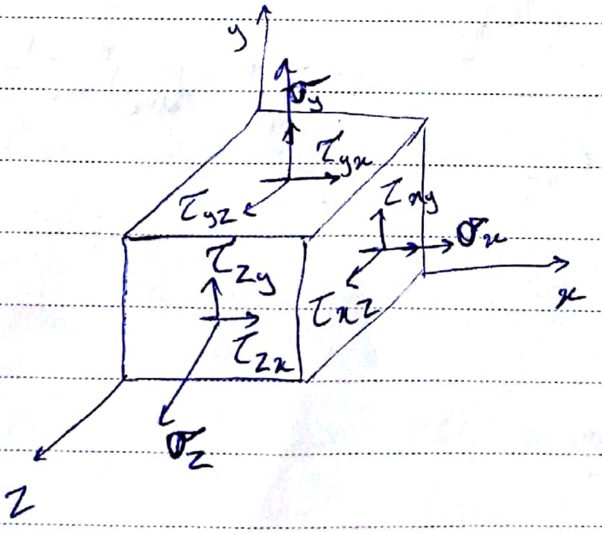
$$\nu = -\frac{\text{کرنش عرضی}}{\text{کرنش محوری}}$$

ν ضریب پواسون نام دارد. می‌توان نشان داد ۳ ثابت کشسان با یکدیگر به صورت زیر در ارتباط اند.

$$E = 2G(1+\nu)$$

تحلیل تنش: همانگونه که می‌دانیم اعمال بار خارجی باعث ایجاد تنش‌های داخلی در قطعه می‌شود، هدف این بخش معرفی این تنش‌ها است. کلی‌ترین حالت تنش را به صورت زیر می‌توان نشان داد

با ۳ مولفه تنش عمودی σ_x و σ_y و σ_z و ۶ مولفه تنش برشی τ_{xy}، τ_{yx}، τ_{yz}، τ_{zy}، τ_{zx}، τ_{xz}

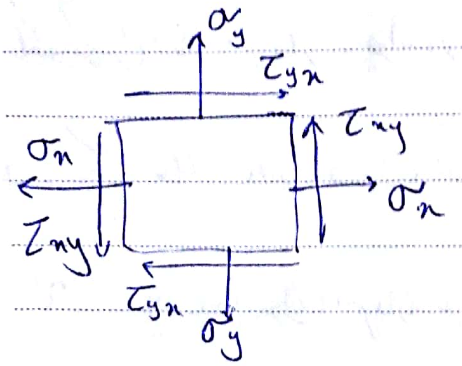


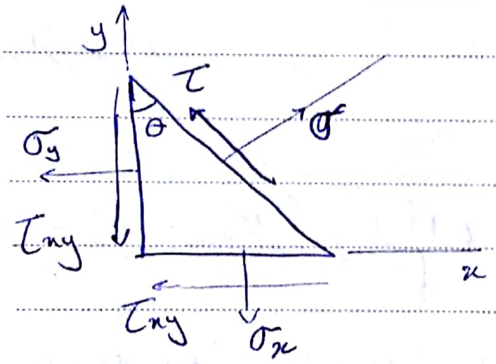
PAPCO

Scanned by CamScanner

تنش‌های عمودی رو به خارج و تنش‌های برشی که در جهت مثبت محور مختصات به المان اثر می‌کنند مثبت در نظر گرفته می‌شود. این المان تعادل استاتیکی دارد لذا $\tau_{xy}=\tau_{yx}$ ، $\tau_{yz}=\tau_{zy}$ ، $\tau_{zx}=\tau_{xz}$

شکل زیر حالتی از تنش ۲ محوری یا صفحه‌ای را نشان می‌دهد.





تبدیل تنش (صفحه‌ای):

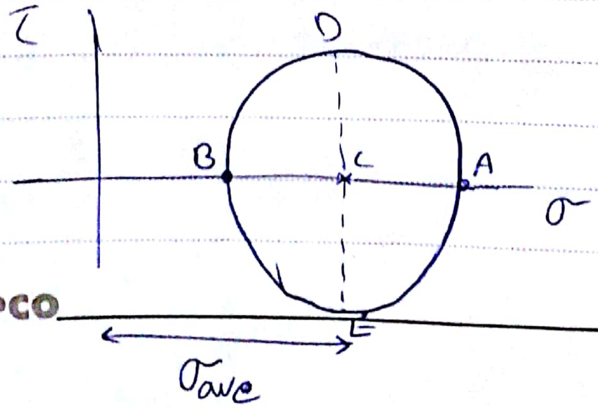
$$\sigma = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$ معادله دایره

$$\sim \left(\sigma-\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2+\tau^2=\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2 \Longrightarrow (\sigma-\sigma_{ave})^2+\tau^2=R^2$$

$$\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}=\sigma_{ave} \qquad R=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$



PAPCO

Scanned by CamScanner

نقطه‌ی A و B که محل تلاقی دایره با محور افقی هستند به ترتیب متناظر با بیش ترین و کم‌ترین مقدار تنش قائم σ است. علاوه بر این در هر دوی این نقاط مقدار تنش برشی τ متناظر برابر با صفر است. با قرار دادن $\tau=0$ معادله زیر بدست می‌آید

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}$$

θ_p زاویه‌ی صفحات اصلی و مقادیر تنش‌های تطبیر آن‌ها، تنش‌های اصلی گویند.

از این معادله ۲ مقدار برای $2\theta_p$ بدست می‌آید که با یک دیگر 180° درجه اختلاف دارند، بنابراین ۲ مقدار برای θ_p بدست می‌آید که با یک دیگر 90° اختلاف دارند. مقادیر تنش‌های اصلی برابرند با

$$\sigma_{max,min} = \sigma_{ave} \pm R \rightarrow \sigma_{max,min} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

نقاط D و E واقع بر قطر عمودی دایره متناظر با بزرگ‌ترین مقدار تنش برشی τ است

طول نقاط D و E برابر با $\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}$ می‌باشد

$$\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

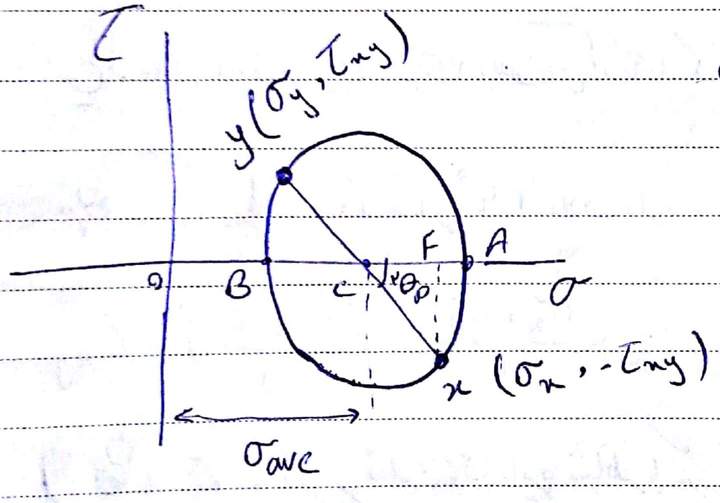
$$\tau_{max} = R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$\tan 2\theta_s$ منفی معکوس $\tan 2\theta_p$ است این یعنی $2\theta_s$ و $2\theta_p$ باهم اختلاف 90° دارند

Scanned by CamScanner

یعنی θ_s و θ_p باهم اختلاف ۴۵° دارند.

دایره مور: حالتی از تنش صفحه‌ای را به صورت زیر در نظر بگیرید، نقطه x به مختصات $(\sigma_x , -\tau_{xy})$ و نقطه y به مختصات (σ_y , τ_{xy}) را در نظر بگیرید. نقاط x و y را با یک خط راست به هم متصل می‌کنیم، محل تلاقی خط xy با محور افقی را C می‌نامیم، دایره‌ای به مرکز C و به قطر xy ترسیم می‌کنیم، دایره‌ی رسم شده دایره موری باشد.

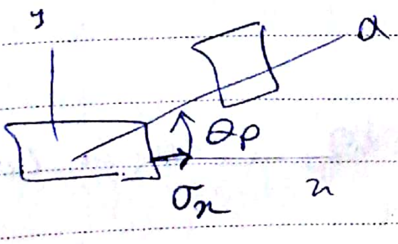


$$CF = \sigma_x - \sigma_{ave} = \sigma_x - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

$$Fx = \tau_{xy}$$

$$\tan x\hat{C}A = \tan 2\theta_p = \frac{Fx}{CF} = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

زاویه $x\hat{C}A$ از نظر اندازه با زاویه $2\theta_p$ یکی است بنابراین زاویه θ_p را می‌توان با نصف کردن زاویه $x\hat{C}A$ بدست آورد.

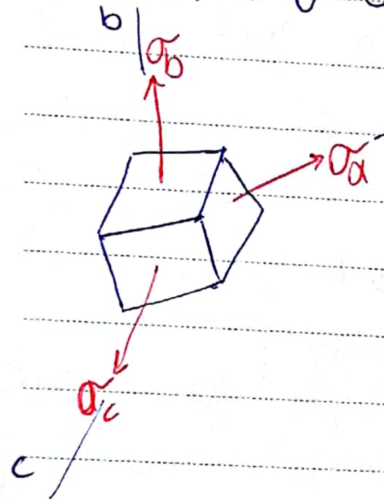


Subject: جلسه 2 ۹۸/۷/۸
Date

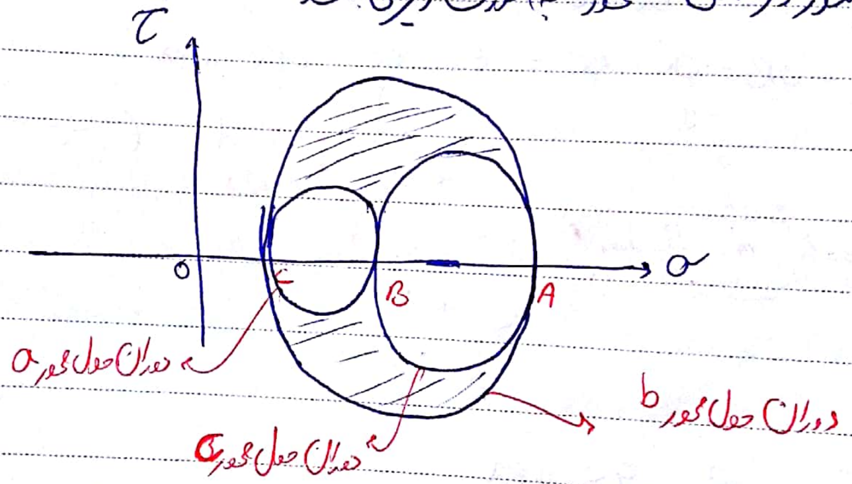
توجه داشته باشید که علامت تنش قائم کششی مثبت و علامت تنش قائم فشاری منفی در نظر گرفته می شود

همچنین در دایره مور در صورتی که τ المان را در جهت حرکت عقربه های ساعت بچرخاند

علامت آن مثبت و اگر در خلاف جهت عقربه های ساعت بچرخاند علامت آن منفی در نظر گرفته می شود

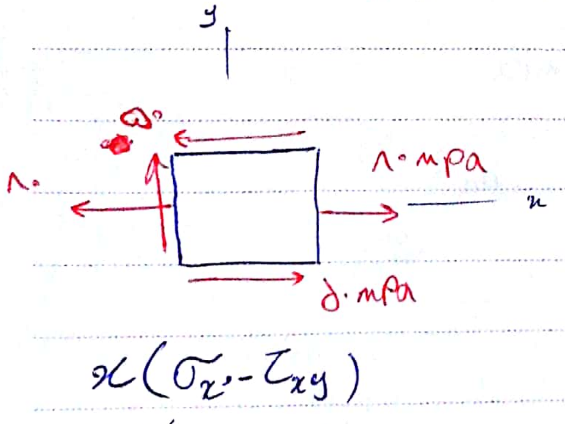


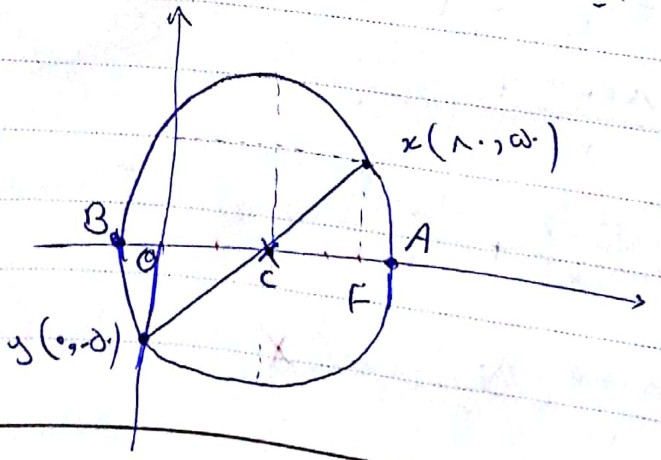
دایره مور در تنش ۳ محوری به صورت زیر می باشد.



برای دوران حول هر محور دیگر تنش ها با نقطه ای واقع در منطقه ی هاشور زده نشان داده می شود

مثال) مؤلفه های یک جزء تنش صفحه ای به صورت زیر می باشد الف) به کمک دایره مور زاویه ی صفحات اصلی و تنش های اصلی را بدست آورید. ب) تنش ماکسیمم و تنش قائم متناظر با آن را بدست آورید ج) قسمت الف و ب را به کمک معادلات تبدیل تنش محاسبه کنید.





$x(\sigma_x, -\tau_{xy})$

$x(۸۰, ۵۰)$

$y(\sigma_y, \tau_{xy})$

$y(۰, -۵۰)$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:

Date

$xF = 50$

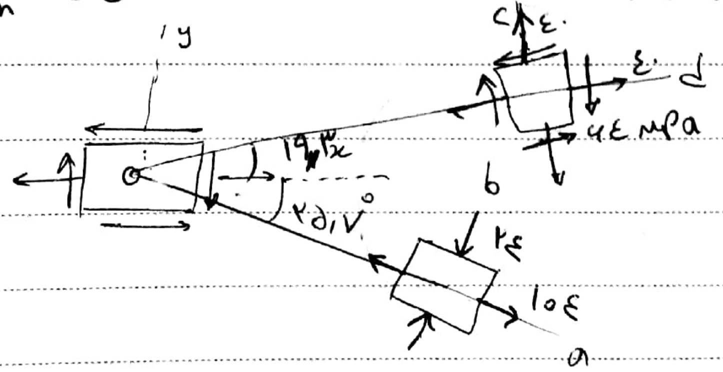
$CF = OF - OC = 80 - 40 = 40$, $OC = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{80 - 0}{2} = 40$

$Cx = \sqrt{CF^2 + F_x^2} = \sqrt{40^2 + 50^2} = 64\ MPa$

$\tan x\hat{C}F = \tan 2\theta_p = \frac{xF}{CF} = \frac{50}{40}$ → $2\theta_p = 51.3 \Rightarrow \theta_p = 25.7^\circ$

$\sigma_{max} = OA = OC + CA = 40 + 64 = 104\ MPa$

$\sigma_{min} = OB = OC - BC = 40 - 64 = -24\ MPa$



(برای قسمت ب)

ج) $\tau_{max} = R = 64\ MPa$

$\sigma' = \sigma_{ave} = OC = 40\ MPa$

د) $\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2(-50)}{80 - 0}$ → $\theta_p = -25.7^\circ$, $\theta_p = 64.3^\circ$

$\sigma_{max}, \sigma_{min} = \sigma_{ave} \pm R$

$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$= \frac{80 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{80 - 0}{2}\right)^2 + 50^2}$ → $104\ MPa$, $-24\ MPa$

$\sigma_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$

منفی

$\sigma_x = \frac{80 + 0}{2} + \frac{80 - 0}{2}\cos(2 \times -25.7) + (-50)\sin(2 \times -25.7) = 104\ MPa$

Scanned by CamScanner

روابط تنش و کرنش ⇐ اگر ماده‌ای تحت تنش قرار گیرد، علاوه بر کرنش محوری، کرنش عمقی (انقباضی) هم عمود بر کرنش محوری دارد. اگر کرنش محوری در راستای x باشد آنگاه داریم

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \qquad \epsilon_y = \epsilon_z = \nu \frac{\sigma_x}{E}$$

درحالی که تنش تک محوری می‌باشد، کرنش ۳ محوری است. برای یک جزء تنش که همزمان تحت اثر σ_x، σ_y، σ_z باشد کرنش‌های محوری عبارتند از:

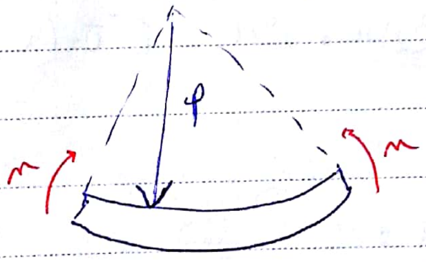
$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_y = -\nu\frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = -\nu\frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

تنش‌های عمودی در خمش ⇐ شکل زیر قسمتی از تیری را نشان می‌دهد که گشتاور خمش M بر آن اعمال می‌شود، محور y محور تقارن و محور x بر محور خنثی تیر منطبق است و صفحه‌ی xz صفحه‌ی خنثی نامیده می‌شود، اجزای تیر که بر این صفحه منطبق‌اند دارای کرنش صفر هستند، اگر شعاع انحنای محور خنثی را ρ در نظر بگیریم، با توجه به تعریف انحناء داریم:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$



M گشتاور خمش، I گشتاور دوم سطح حول محور خنثی و E مدول کشسانی است. تنش خمشی حاصل در یک تیر تحت تأثیر بار خمشی برابر است با:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

(σ: تنش خمشی، y: فاصله از محور خنثی)

مقدار max تنش خمشی از روابط زیر بدست می‌آید:

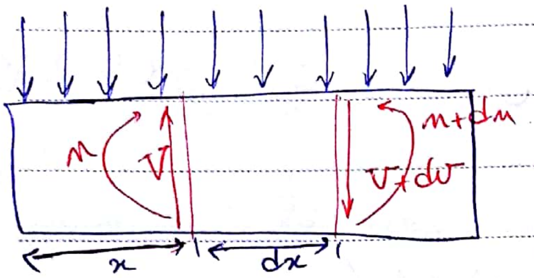
$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{I/c} \qquad \sigma_{max} = \frac{M}{S} \qquad S = \frac{I}{c}$$

S را مدول مقطع گویند و c بیش‌ترین فاصله از محور خنثی است.

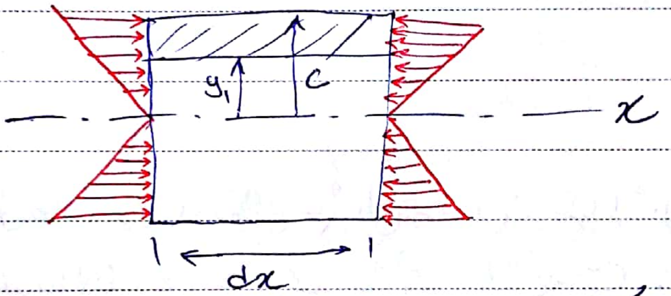
تنش‌های برشی در تیرها: شکل زیر تیری را با مقطع ثابت نشان می‌دهد که در معرض نیروی برشی V و

Scanned by CamScanner

گشتاور خمشی M قرار دارد. نیروی برشی و گشتاور خمشی نسبت به فاصله x تغییر می‌کند



یک جزء را که طول آن برابر با dx است و در پهنای تیر از سطح بالایی تا صفحه‌ی افقی واقع در فاصله y_1 از محور خنثی گسترده است، جدا می‌کنیم.



برای تعادل جزء نیاز به یک نیروی برشی به سوی راست در سطح زیر آن است، این نیروی برشی سبب بروز تنش برشی (τ) می‌شود که نیروی آن $\tau t dx$ می‌باشد؛ بنابراین:

$$\tau t dx = \int_{y_1}^{c} \frac{dM\, y}{I} dA$$

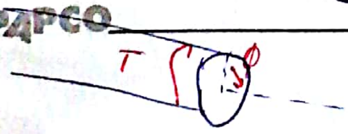
$$\tau = \frac{V}{It} \int_{y_1}^{c} y\, dA = \frac{VQ}{It}$$

یادآوری: $V = \frac{dM}{dx}$ → $\tau = \frac{VQ}{It}$

مقدار انتگرال گشتاور اول سطح نسبت به محور خنثی است. t عرض مقطع، I گشتاور دوم سطح است

بارگذاری پیچشی: هر بردار گشتاوری که هم راستا با محور یک جزء مکانیکی باشد، بردار گشتاور پیچشی نام دارد. زیرا این گشتاور باعث پیچیدن آن جزء حول محور می‌شود. به میله‌ای که تحت چنین گشتاوری قرار گیرد، میله تحت پیچش گویند. مقدار زاویه پیچش برابر است با $\phi = \frac{TL}{JG}$

که در آن T گشتاور پیچشی، L طول شفت، G مدول برشی، J گشتاور دوم قطبی سطح است



PAPCO
Scanned by CamScanner

برای میله گرد و توپُر تنش برشی در مرکز سطح مقطع صفر و برای سطح بیرونی آن max است. توزیع این تنش برشی با شعاع ρ متناسب است و مقدار این تنش برشی برابر است با:

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

معادله‌ی فوق فقط برای قطعات با مقطع دایره کاربرد دارد، ضمناً برای مقطع دایره توپُر گشتاور قطبی سطح برابر است با:

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

برای مقطع دایره توخالی J از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$J = \frac{\pi}{32}(d_o^4 - d_i^4)$$

که در آن d_i قطر داخلی و d_o قطر خارجی است.

روابط محاسبه‌ی میزان توان قابل انتقال یک شفت تحت اثر بارگذاری پیچشی عبارت‌اند از:

$$P = T\omega = \frac{2\pi nT}{60} \quad , \quad T = 9.55\frac{P}{n}$$

که در آن P توان قابل انتقال برحسب وات، T گشتاور پیچشی برحسب نیوتن . متر (N.m) و ω سرعت زاویه‌ای محور برحسب ($\frac{rad}{s}$) و n سرعت محور برحسب (دور بر $\frac{دور}{دقیقه}$) یا (RPm) می‌باشد.

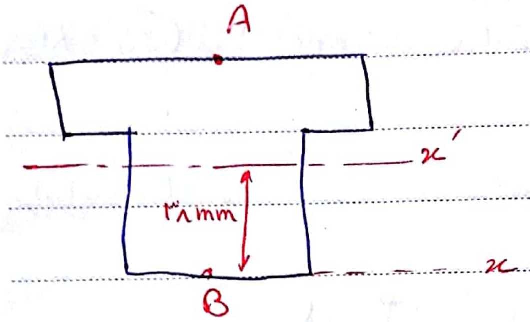
مثال) یک قطعه ماشین چُدنی، کوپلی برابر با 3kN.m وارد می‌شود، با این اطلاع که $E = 195$ GPa است

الف) تنش‌های خمشی، تنش فشاری max وارد بر این قطعه و شعاع انحنای آن را تعیین کنید.

Scanned by CamScanner

جزء	سطح mm^2	$\bar{y}$ (mm)	$\bar{y}A$ mm^3
۱	۲۰×۹۰=۱۸۰۰	۵۰	۹۰×۱۰^{۳}
۲	۳۰×۴۰=۱۲۰۰	۲۰	۲۴×۱۰^{۳}
	۳۰۰۰		۱۱۴×۱۰^{۳}

$$\bar{y}=\frac{۱۱۴\times ۱۰^{۳}}{۳۰۰۰}=۳۸\ mm$$



$$I=\sum\left(\bar{I}+Ad^{۲}\right)$$

$$I=\frac{۰/۰۹۰\times ۰/۰۲^{۳}}{۱۲}+\left(۰/۰۹۰\times ۰/۰۲\right)\left(۰/۰۱۲\right)^{۲}$$

$$+\frac{۰/۰۳\times ۰/۰۴^{۳}}{۱۲}+\left(۰/۰۳\times ۰/۰۴\right)\left(۰/۰۱۸\right)^{۲}\rightarrow I=۸۹۸\times ۱۰^{-۹}\ m^{۴}$$

$$\sigma_a=\frac{MC_a}{I}=\frac{۳\times ۱۰^{۳}\times ۰/۰۲۲}{۸۹۸\times ۱۰^{-۹}}=۷۹\ MPa$$

$$\sigma_b=\frac{MC_b}{I}=\frac{۳\times ۱۰^{۳}\times ۰/۰۳۳}{۸۹۸\times ۱۰^{-۹}}=-۱۳۱/۳\ MPa$$

$$\frac{۱}{\rho}=\frac{M}{EI}=\frac{۳\times ۱۰^{۳}}{۱۴۵\times ۱۰^{۹}\times ۸۹۸\times ۱۰^{-۹}}\rightarrow \rho=۴۲/۷\ m$$

انواع مواد: طراحی استاتیکی قطعات براساس جنس آن‌ها صورت می‌پذیرد، لذا ابتدا لازم است تعریف جامعی از قطعات نرم و ترد مطرح گردد. الف) اجسام نرم (داکتیل) معمولاً دارای مقاومت های تسلیم کششی و فشاری برابر و همچنین مقاومت های نهایی برابر می باشد. ضمن اینکه مقاومت های نهایی چنین جسمی از مقاومت های تسلیم آن بیش‌تر است.

$S_{yt}=|S_{yc}|$

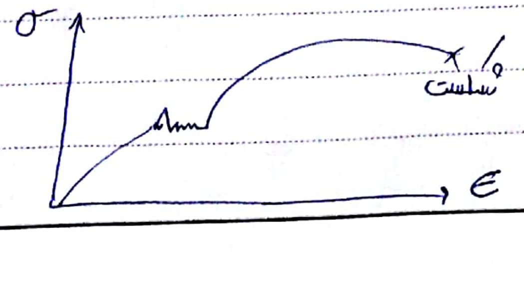
$S_{ut}=|S_{uc}|$

$S_{ut}>S_{yt}$

$|S_{uc}|>|S_{yc}|$

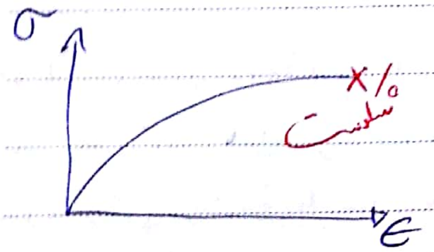
مقاومت نهایی — مقاومت تسلیم

معیار طراحی استاتیکی مواد نرم، مقاومت حد تسلیم آن‌ها است. ضمناً اجسام نرم دارای ازدیاد طول بیش‌تر از ۵% می باشند. منحنی تنش-کرنش این مواد به صورت زیر است:



Scanned by CamScanner

ب) اجسام ترد (شکننده): اجسام ترد دارای استحکام بیش‌تری در مقابل بارهای فشاری در مقایسه با بارهای کششی هستند و حد فاصل بین مقاومت تسلیم و مقاومت نهایی آن‌ها بسیار کم و یا تقریباً صفر است. به عبارت دیگر این مواد وارد منطقه پلاستیک نمی‌شوند و با ازدیاد بار اعمالی به آن‌ها به طور ناگهانی می‌شکنند. معیار طراحی استاتیکی برای مواد ترد مقاومت‌های نهایی کششی و فشاری می‌باشند. منحنی تنش-کرنش مواد ترد به صورت زیر است:



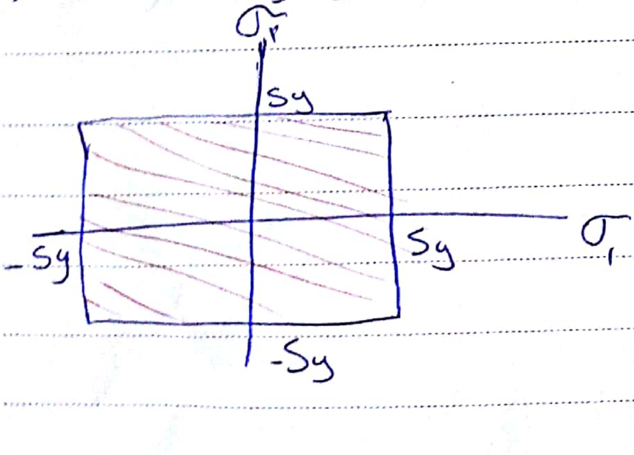
اجسام ترد دارای ازدیاد طول (در لحظه شکست) کمتر از ۵٪ می‌باشند.

تئوری‌های شکست: با توجه به خصوصیات مواد نرم و ترد، روش‌های متعدد طراحی قطعات بر اساس ویژگی مواد مطرح می‌گردد. خاطرنشان می‌سازد بار استاتیکی، نیرو یا گشتاور ساکنی است که به یک عضو اثر می‌کند و مقدار و نقطه اثر و جهت آن ثابت می‌باشد. نظریه‌پردازان تئوری‌های مختلف شکست براساس آزمایش و نواحی مطمئن را در قالب نمودارهایی به ما معرفی می‌کنند و چنانچه نقطه‌ای از یک قطعه بارگذاری شده، خارج از فضای مطمئن قرار گیرد قطعه وامانده خواهد شد و اگر نقطه مورد نظر داخل این فضا باشد دارای ضریب اطمینان در طراحی خواهد بود.

طراحی مواد نرم در بارگذاری استاتیکی: ① روش حداکثر تنش محوری قائم: مطابق این معیار زمانی واماندگی در قطعه رخ خواهد داد که یکی از تنش‌های نرمال وارد بر قطعه از مقاومت تسلیم آن بیش‌تر گردد. به عبارتی

$$\sigma_{max} \geq S_y$$

فضای طراحی ۲ بعدی براساس این روش در شکل زیر نشان داده شده است. محیط این فضای طراحی مرز واماندگی قطعه است.



$$\sigma_{max} \geq S_y$$

PAPCO
Scanned by CamScanner

در این حالت ضریب اطمینان به صورت زیر تعریف می‌شود:

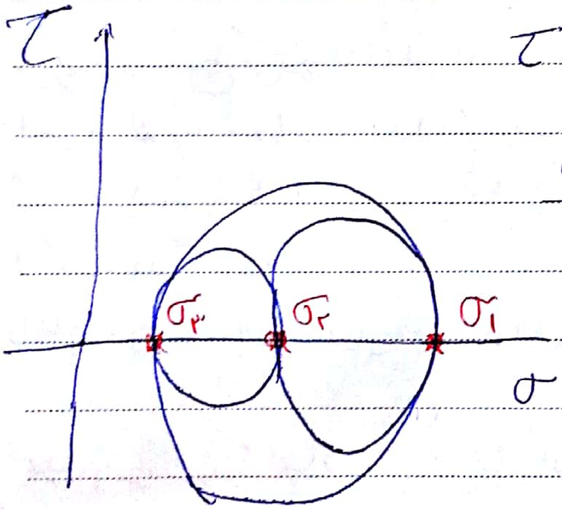
$$n = \frac{S_y}{|\sigma_{max}|}$$

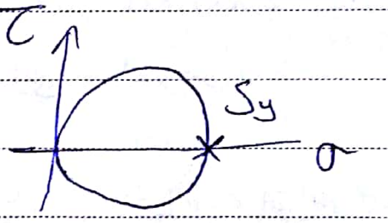
- $n > 1$ قطعه وامانده نمی‌شود
- $n < 1$ قطعه وامانده می‌شود

روش تنش برشی max (ترسکا): این روش یک تئوری محافظه کارانه برای طراحی مواد نرم است.
طبق این تئوری تسلیم زمانی آغاز می‌شود که تنش برشی max در هر المان مساوی یا بیشتر از max تنش برشی در نمونه‌ی آزمون کشش از همان ماده در شروع تسلیم باشد. اگر $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ تنش‌های اصلی باشند آن‌گاه $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$

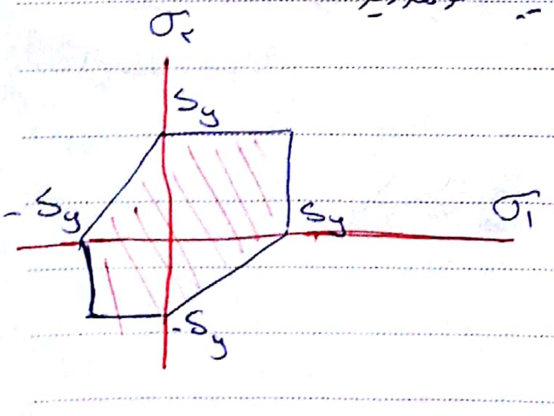
$$\tau_y = \frac{S_y}{2} \qquad \tau_{max} \geq \tau_y$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \geq \frac{S_y}{2} \longrightarrow \sigma_1 - \sigma_3 \geq S_y$$





طبق این نظریه برای حالت تنش صفحه‌ای اگر تنش در داخل فضای طراحی زیر قرار گیرد قطعه ایمن است و اگر خارج از این منطقه واقع شود قطعه بر اثر تسلیم ماده آسیب خواهد دید.



Scanned by CamScanner

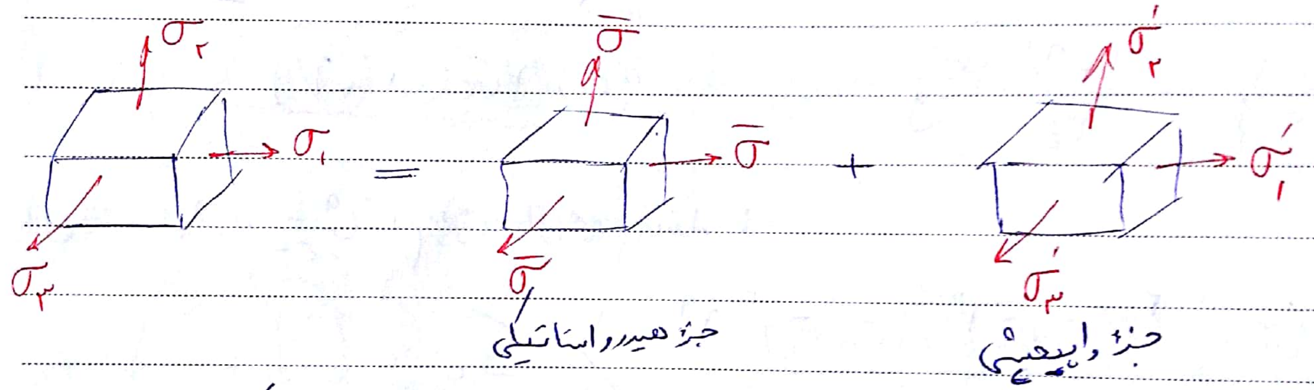
ضریب اطمینان طراحی قطعه براساس تئوری ترسکا به صورت زیر تعریف می شود:

$$n = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{S_y}{2\tau_{max}}$$

$\sim \begin{cases} n>1 & \text{وامانده می شود} \\ n<1 & \text{وامانده نمی شود} \end{cases}$

(روش فون میسز)

روش انرژی واپیچش: طبق این تئوری شکست هنگامی رخ می دهد که انرژی کرنش واپیچش برای هر المان دلخواه مساوی یا بزرگتر از انرژی کرنش واپیچش برای نمونه آزمون کشش یا فشار از همان ماده برسد



$$\sigma_1 = \bar{\sigma} + \sigma_1'$$
$$\sigma_2 = \bar{\sigma} + \sigma_2'$$
$$\sigma_3 = \bar{\sigma} + \sigma_3'$$
$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3\bar{\sigma} + \sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'$$

$$\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3' = 0$$

$$u = u_v + u_d$$

انرژی کرنش بر حجم واحد برای کشش ساده: $u = \frac{1}{2}\epsilon\sigma$ است،

برای جزء نشان داده شده انرژی کرنش بر واحد حجم ماده به صورت زیر می باشد:

$$u = \frac{1}{2E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right)$$

Scanned by CamScanner

Subject: ۱۶
Date

$$u_d \geq (u_d)_y$$

انرژی کرنش: مربوط به تغییر حجم ماده از قرار دادن $\bar{\sigma}$ به جای σ_1، σ_2 و σ_3 بدست می‌آوریم

$$u_v = \frac{3\bar{\sigma}^2}{2E}(1-2\nu) = \frac{3(1-2\nu)}{2E}\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}\right)^2$$

انرژی کرنش واپیچش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$u_d = u - u_v = \frac{1-\nu}{3E}\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}{2}\right]$$

$$(u_d)_y = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2 \qquad E = 2G(1+\nu)$$

طبق تئوری انرژی واپیچش تسلیم زمانی اتفاق می‌افتد که:

$$\underbrace{\left(\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}{2}\right)^{1/2}}_{\sigma_f} \geq S_y$$

به سمت چپ معادله تنش فون‌میسز (تنش مؤثر) گفته می‌شود

برای حالت ۲ بعدی تنش فون‌میسز برابر است با:

~~$\sigma_f = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)\right]^{1/2}$~~

$$\sigma_f = \left(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2\right)^{1/2}$$

اگر مؤلفه‌های xyz تنش ۳ بعدی را بکار ببریم تنش فون‌میسز عبارت است از رابطه‌ی زیر:

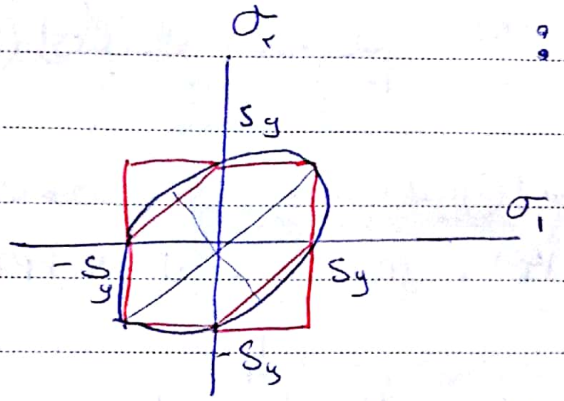
$$\sigma_f = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)\right]^{1/2}$$

PAPCO

$$\sigma_f = \left(\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2\right)^{1/2}$$

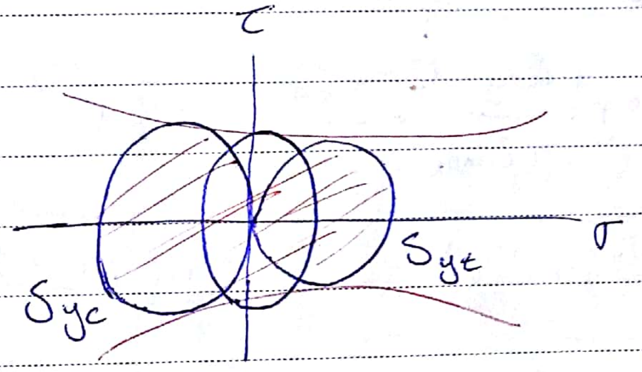
Scanned by CamScanner

برای حالت صفحه‌ای فضای طراحی به صورت زیر می باشد :



تئوری کلمب مُر : همان طورکه می دانیم برای برخی از مواد نرم $S_{yt} = S_{yc}$ نمی باشد

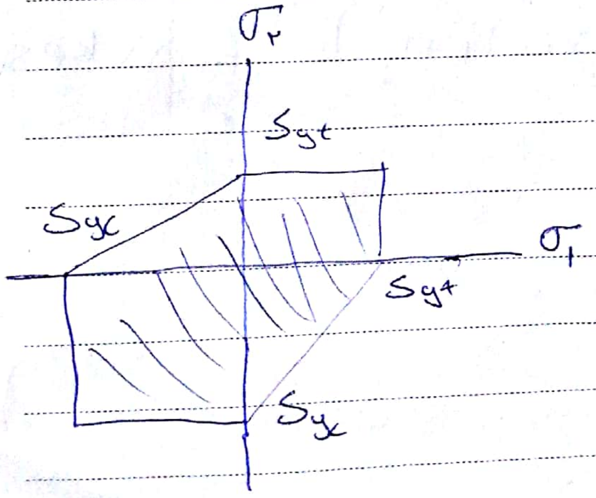
در این دسته از مواد برای محاسبه ضریب اطمینان طراحی از تئوری کلمب مُر (با فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) استفاده می شود.



داخل ناحیه هاشور زده، طبق این نظریه ایمن می باشد. همچنین ضریب اطمینان از رابطه‌ی زیر بدست می آید

$$\frac{\sigma_1}{S_{yt}} - \frac{\sigma_3}{S_{yc}} = \frac{1}{n}$$

فضای طراحی برای حالت صفحه‌ای به صورت زیر می باشد :



P4PCO

Scanned by CamScanner

مثال) برای یک فولاد استحکام تسلیم $100\ kpsi$ و کرنش شکستگی $\varepsilon_f = 55\%$ است.

برای حالات تنش زیر ضریب اطمینان را بدست آورید. الف) $\sigma_x = 70$ ، $\sigma_y = 70$ ، $\tau_{xy} = 0$ $kpsi$

ب) $\sigma_x = 90\ kpsi$ ، $\sigma_y = 40$ ، $\tau_{xy} = -15$

الف) $\sigma_f = (\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{1/2} = (70^2 - 70\times 70 + 70^2)^{1/2} = 70$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_f} = \frac{100}{70} = 1.43$$

$$\tau_{max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = \frac{70 - 0}{2} = 35$$

$$\tau_y = \frac{S_y}{2} = \frac{100}{2} = 50 \quad \rightarrow \quad n = \frac{S_y}{2\tau_{max}} = \frac{100}{70} = 1.43$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_{ave} \pm R = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{90+40}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{90-40}{2}\right)^2 + 15^2}$$

$$= 98\ kpsi, \quad 32\ kpsi$$

$$\sigma_f = (\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)^{1/2} = (98^2 - (98)(32) + 32^2)^{1/2} = 59\ kpsi$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_f} = \frac{100}{59} = 1.7$$

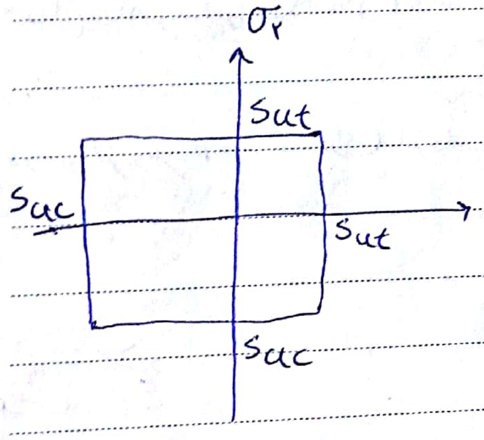
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{98 - 0}{2} = 34$$

$$n = \frac{S_y}{2\tau_{max}} = \frac{100}{2(34)} = 1.47$$

طراحی مواد ترد در بارگذاری استاتیکی: روش حداکثر تنش محوری قائم، طبق این روش زمانی واماندگی در قطعه رخ خواهد داد که یکی از شرایط زیر اتفاق بیافتد:

$$|\sigma_{max}| > |S_u| \quad \begin{cases} \sigma_{t\,max} > S_{ut} \\ |\sigma_{c\,max}| > |S_{uc}| \end{cases}$$

فضای طراحی براساس این روش برای بارگذاری صفحه‌ای در شکل زیر نشان داده شده است و ضریب اطمینان طراحی به صورت زیر تعریف می‌گردد

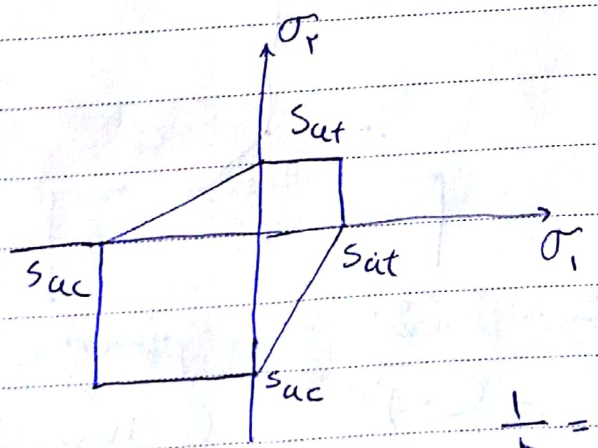


$$n = \frac{S_u}{\sigma_{max}} \quad \begin{cases} n_1 = \dfrac{S_{uc}}{\sigma_{c\,max}} \\ n_2 = \dfrac{S_{ut}}{\sigma_{t\,max}} \end{cases}$$

کوچک‌ترین مقدار بین n_1 و n_2 ضریب اطمینان طراحی در نظر گرفته می‌شود.

تئوری کلمب مور: فضای طراحی براساس این تئوری در حالت صفحه‌ای در شکل زیر نشان داده شده است

در این تئوری فضای طراحی ربع اول و سوم کاملاً مانند روش حداکثر تنش محوری می‌باشد. در ربع دوم و چهارم ضریب طراحی محتاطانه و طبق رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود



$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2}{S_{uc}}$$

برای این رابطه مقادیر به صورت مطلق منظور شود

PAPCO

Scanned by CamScanner

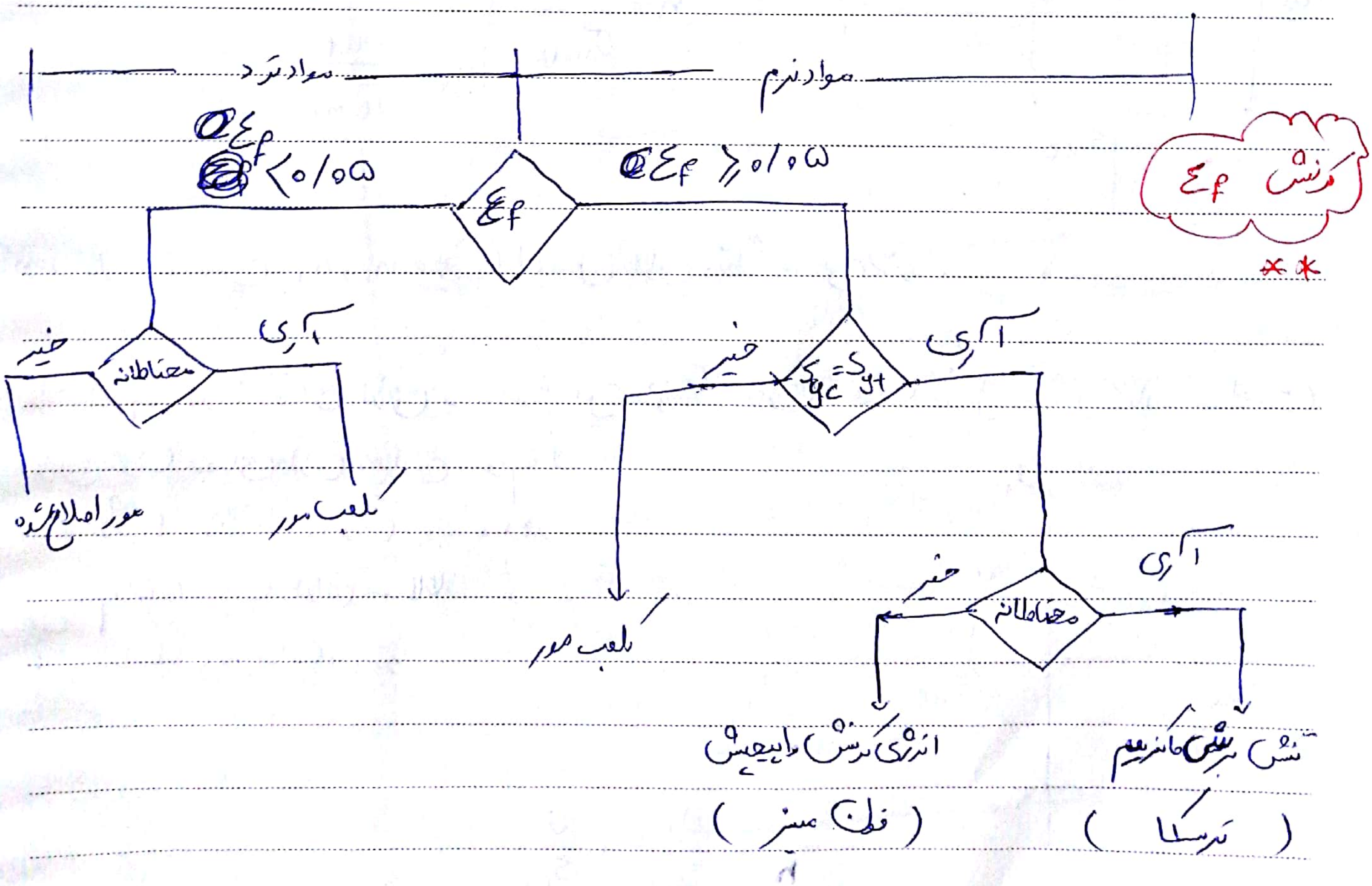
$$\frac{n\sigma_2}{S_{ut}+S_{uc}} + \frac{n\sigma_1}{S_{ut}} = \frac{S_{uc}}{S_{ut}+S_{uc}}$$

تئوری مور اصلاح شده : این تئوری فرم اصلاح شده کلمب مور است و از دقت بالاتری نسبت به آن برخوردار است . در این تئوری چنانچه تمام تنش های اصلی دارای مقادیر مثبت باشند و یا تمام آن ها دارای مقادیر منفی باشند فضای طراحی برای حالت صفحه‌ای همانند ۲ تئوری قبل محاسبه می شوند و مقادیر ضریب اطمینان در ربع اول و سوم همانند مقادیر محاسبه شده براساس ۲ روش فوق می باشد و چنانچه یکی از تنش ها مثبت و دیگری منفی باشد ضریب اطمینان طراحی توسط رابطه زیر قابل محاسبه می باشد :

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_1}{S_{ut}} + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{S_{uc}}$$

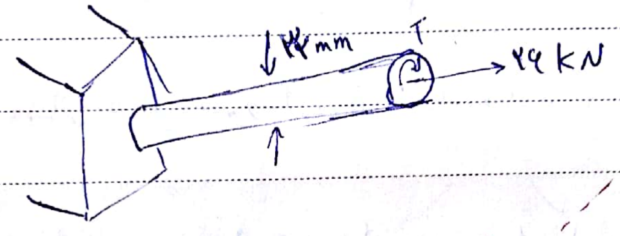
* تمام مقادیر به صورت مطلق لحاظ شود .

در نمودار زیر جمع بندی برای انتخاب معیارهای شکست برای مواد ترد و شکننده آمده است :



Subject:
Date

مثال) میله ریختگی به شکل زیر از آلیاژی از آلومینیوم ساخته شده است که برای آن $S_{ut}=۶۰\,MPa$ و $S_{uc}=۱۲۰\,MPa$ با استفاده از معیار کولمب مور (برای مواد ترد) حساب کنید که به ازای چه مقدار از گشتاور T ممکن است به میله آسیب برسد.



حل:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{۲۶\times ۱۰^{۳}}{\pi\,(۰/۰۱۴)^{۲}} = ۳۲,۳٤\,MPa$$

$$\sigma_{a,b} = \sigma_{ave} \pm R$$

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{۲} = \frac{۳۲,۳٤+۰}{۲} = ۱۶,۱۷\,MPa$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{۲}\right)^{۲}+\tau_{xy}^{۲}} = \sqrt{۱۶,۱۷^{۲}+\tau_{xy}^{۲}}$$

$$\sigma_a = \sigma_{ave}+R = ۱۶,۱۷+R \rightarrow$$ مثبت

$$\sigma_b = \sigma_{ave}-R = ۱۶,۱۷-R \rightarrow$$ منفی

$$\frac{۱}{n} = \frac{\sigma_۱}{S_{ut}} + \frac{\sigma_۲}{S_{uc}} \rightarrow ۱ = \frac{۱۶,۱۷+R}{۶۰} + \frac{۱۶,۱۷-R}{-۱۲۰}$$

$$R = ۳٤,۶۱\,MPa \rightarrow R^{۲} = ۱۶,۱۷^{۲}+\tau_{xy}^{۲} \rightarrow \tau_{xy} = ۳۰,۶\,MPa$$

$$\tau = \frac{Tc}{J} \quad , \quad J = \frac{\pi c^{٤}}{۲}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\tau J}{c} = \frac{\tau \pi c^{٤}}{۲c} = \frac{\tau \pi c^{۳}}{۲}$$

$$\rightarrow T = \frac{۳۰,۶\times ۱۰^{۶}\times ۳,۱٤\times ۰/۰۱۴}{۲} \rightsquigarrow T = ۱۶۶,۸\; N.m$$

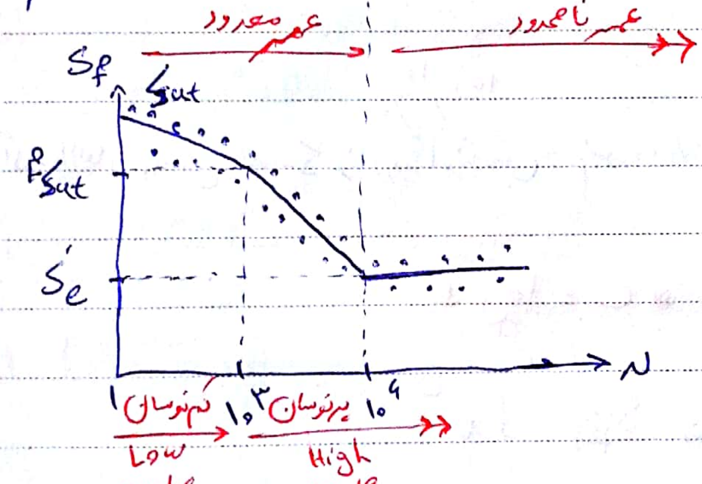
Subject:
Date ۹۶/۷/۲۹

طراحی دینامیکی اجزا: قطعات و اجزای ماشین که تحت بارهای ایستا هستند، چنانچه دچار واماندگی گردند به علت فاصله‌ی زیاد بین مقاومت حد تسلیم و مقاومت نهایی دچار تغییر شکل می‌شوند و قبل از شکسته شدن می‌توان آن‌ها را تعویض نمود و از صدمه به سایر قطعات ماشین جلوگیری کرد، در صورتی که در بارگذاری‌های متغیر با زمان (غیرایستا) موضوع متفاوت خواهد بود. واماندگی قطعات در اثر خستگی (بارهای نوسانی) هیچ گونه علامت و یا هشداری قبل از شکست ندارد و قطعه به صورت ناگهانی می‌شکند. به شکست در اثر بارهای نوسانی، شکست خستگی گویند. شکست خستگی به طور کلی شامل ۲ ناحیه است. ناحیه اول: گسترش تدریجی ترک و ناحیه دوم: ناشی از شکست ناگهانی می‌باشد. ظاهر شکست منطقه‌ی ناگهانی به شکست مواد ترد شباهت بسیاری دارد.

طراحی دینامیکی قطعات: بار دینامیکی به نیرو یا گشتاوری گویند که با زمان مقدار، جهت و یا راستای آن و یا هم زمان هر سه مشخصه فوق در آن‌ها دچار تغییر می‌شود. در بارگذاری ایستا، مقاومت حد تسلیم، معیار طراحی است. تجربه نشان داده است که در بارگذاری‌های نوسانی، قطعه تحت بارهایی کمتر از مقاومت تسلیم وامانده می‌گردد. چنانچه بار اعمال شده بر قطعه از حدی که آن را مقاومت حد خستگی (حد دوام) می‌نامند کمتر باشد قطعه عمر دائم خواهد داشت یا به عبارتی وامانده نخواهد شد. در صورتی که بار اعمالی به قطعه بیش از حد دوام باشد قطعه بعد از تعدادی نوسان خواهد شکست.

Scanned by CamScanner

روش های تجربی مختلفی برای تعیین مقاومت مواد در مقابل بارهای نوسانی وجود دارد که متداول ترین آن، روش محور چرخان می باشد. در این روش محور چرخان (که یک شفت با ابعاد مشخص می باشد) تحت تأثیر کشش و خمشی قرار می گیرد. برای انجام یک آزمایش کامل نمونه های فراوانی مورد نیاز است، هر نمونه در یک بار خمشی ثابت مورد آزمایش قرار می گیرد و تعداد نوسانات در لحظه ی شکست نمونه ثبت می گردد، سپس اطلاعات حاصله بر روی نموداری که به نمودار S-N معروف است رسم می گردد. عرض نمودار S-N را مقاومت خستگی گویند و با S_f نشان می دهند. برای فولاد ها این نمودار زانو یا شکستگی دارد و پس از این زانو دیگر شکست رخ نخواهد داد در این حالت مهم نیست که تعداد دورها تا چه اندازه زیاد باشد. مقاومت متناسب با این زانو را حد دوام یا حد خستگی گویند و با S_e نشان می دهند.



در شکل بالا ۲ ناحیه داریم که یکی ناحیه ی عمر محدود و دیگری عمر نامحدود است. بخشی از نمودار که در آن N بین ۱ تا ۱۰۰۰ است به عنوان خستگی کم نوسان و بخشی که در آن $N > 1000$ است خستگی پرنوسان می نامند

$1 \le N \le 1000$

مقاومت حد خستگی فولادها که از کاربردی ترین مواد در صنعت می باشند با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه است:

Scanned by CamScanner

$$\begin{cases} S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa} & S'_e = 0.5\, S_{ut} \\ S_{ut} > 1400 & S'_e = 700 \text{ MPa} \end{cases}$$

برای چدن ها حد تحمل خستگی به صورت تعریف می شود

$$\begin{cases} S_{ut} \leq 600 & S'_e = 0.45\, S_{ut} \\ S_{ut} > 600 & S'_e = 275 \text{ MPa} \end{cases}$$

برای محاسبه ضریب استحکام خستگی (f)، SAE رابطه ی تجربی زیر را توصیه می نماید ($0.6 < f < 0.9$)

$$f = \frac{\sigma'_F}{S_{ut}} (2000)^{b'} \quad , \quad \sigma'_F = S_{ut} + 345$$

$$b' = -\frac{\log\left(\frac{\sigma'_F}{S'_e}\right)}{\log(2\times10^6)}$$

اگر اطلاعات منحنی S-N را در دستگاه لگاریتمی (log-log) رسم شود معادله خط برای $1 \leq N \leq 1000$ به صورت زیر خواهد شد:

$$\log S_f = c \log N + e \qquad e = \log d$$

$$\log S_f = c \log N + \log d \rightsquigarrow S_f = d N^c$$

$$(1, S_{ut}) \longrightarrow S_{ut} = d(1)^c \rightsquigarrow d = S_{ut}$$

$$(10^3, f S_{ut}) \longrightarrow f S_{ut} = S_{ut}(10^3)^c \quad \frac{1}{3}(\log f) = c$$

$$\boxed{S_f = S_{ut}\, N^{\left(\frac{1}{3}\log f\right)}}$$

$(10^6, S'_e)$ $(10^3, S_{ut})$

خستگی پرنوسان: خطی که از 10^3 S_{ut} و $S'_e - 10^6$ در مقیاس لگاریتمی باشد

$$(10^3, fS_{ut}) \rightarrow fS_{ut} = a(10^3)^b$$

$$\log(fS_{ut}) = \log a + 3b \quad (1)$$

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S'_e}$$

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{fS_{ut}}{S'_e}$$

$$(10^6, S'_e) \rightarrow S'_e = a(10^6)^b$$

$$\log(S'_e) = \log a + 6b \quad (2)$$

$$S_f = aN^b \quad **$$

مثال) برای فولادی با استحکام نهایی $780\ MPa$ (S_{ut}) الف) استحکام حد دوام چقدر است ب) عمر قطعه تحت بارنوسانی $300\ MPa$ چقدر است ج) عمر قطعه تحت بارنوسانی با دامنه $480\ MPa$ چقدر است

الف) $S_{ut} \le 1400\ MPa$ $\quad S'_e = 0.5\, S_{ut} = 0.5 \times 780 = 390\ MPa$

ب) $300 < 390 \rightarrow$ عمر نامحدود

ج) $(S_f)_{10^3} = fS_{ut}$ → جایگذاری (3) → $(S_f)_{10^3} = 0.83 \times 780 = 647.4 > 480$

محدوده پرنوسان

$$f = \frac{\sigma'_F}{S_{ut}}(2000)^b \xrightarrow{\text{جایگذاری (1),(2)}} f = \frac{1125}{780}(2000)^{-0.073} = 0.83 \quad (3)$$

$$\sigma'_F = 345 + S_{ut} = 1125\ MPa \quad (1)$$

$$b' = -\frac{\log\left(\frac{\sigma'_F}{S'_e}\right)}{\log(2\times10^6)} = -\frac{\log\left(\frac{1125}{390}\right)}{\log(2\times10^6)} = -0.073 \quad (2)$$

نکته: هر عدد به توان منفی برابر است با معکوس آن عدد به توان مثبت

مثال $2^{-3} = (\frac{1}{2})^3$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$S_f = a N^b \rightarrow 480 = 1057.47\, N^{-0.0734} \rightarrow N = \left(\frac{480}{1057.47}\right)^{\frac{1}{-0.0734}}$

$a = \frac{(0.83 \times 780)^2}{390} = 1057.47$

$\Rightarrow N = 47588151$

$b = -\frac{1}{3} \log \frac{(0.83 \times 780)}{390} = -0.0734$

ضریب تصحیح حد تحمل خستگی: برای تعیین حد دوام یک قطعه از آزمایش محور چرخان تحت شرایط ویژه و استاندارد استفاده می شود ولی قطعات و اجزای ماشین در حالت عادی در شرایط غیر از شرایط استاندارد، آزمایش قرار می گیرند، بنابراین لازم است اثرات مختلف موجود را در تصحیح حد دوام خستگی بدست آمده از دیاگرام S-N اعمال نمود. جوزف ماری تعدادی از این ضریب تصحیح را بصورت زیر تعریف نموده است که در آن

S_e حد دوام عضو مکانیکی و S'_e حد دوام قطعه استاندارد است، k_a ضریب سطح، k_b ضریب اندازه

k_c ضریب بار، k_d ضریب دما، k_e ضریب قابلیت اعتماد، k_f ضریب سایر اثرات می باشد

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

ضریب سطح k_a: برای سطح پولیش خورده، این ضریب مقدار max ، ۱ و برای حالات دیگر از معادله تجربی زیر بدست می آید. $k_a = a S_{ut}^b$ ضرایب a و b از جدول ۶-۲ کتاب بصورت زیر می باشد

Subject:
Date:

کتاب (۶-۲)

نوع پرداخت سطح	a: S_{ut} (MPa)	a: S_{ut} (kpsi)	b
سنگ زده شده	۱٫۵۸	۱٫۳۴	-۰٫۰۸۵
ماشینکاری یا نورد سرد	۴٫۵۱	۲٫۷۰	-۰٫۲۶۵
نورد گرم	۵۷٫۷	۱۴٫۴	-۰٫۷۱۸
آهنگری	۲۷۲	۳۹٫۹	-۰٫۹۹۵

k_b ضریب اندازه: که برای بارگذاری پیچشی و خمشی عبارت است از (d: قطر محور)

$$k_b = \begin{cases} \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = 1.24\,d^{-0.107} & 2.79 \le d \le 51 \\ 1.51\,d^{-0.157} & 51 < d \le 254 \end{cases}$$

برای بارگذاری محوری $k_b = 1$ است. برای محاسبه قطر مؤثر معادل در محورهای غیر چرخان یا قطعات با مقطع غیر دایره از روابط زیر استفاده می‌گردد.

$$d_e = 0.37d \quad \text{مقاطع غیر چرخان}$$

$$d_e = 0.808\,(hb)^{1/2} \quad \text{مقاطع مستطیلی}$$

k_c ضریب بار: که بسته به نوع بار اعمالی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{خمشی} \\ 0.85 & \text{محوری} \\ 0.59 & \text{پیچشی} \end{cases}$$

k_d ضریب دما: با تغییر دمای کاری قطعه استحکام حد دوام عوض می‌شود. برای تعیین ضریب k_d به جدول ۶-۴ کتاب مراجعه شود.

PAPCO

Scanned by CamScanner

k_e ضریب اعتمادپذیری: از آن جا که S_e به صورت تجربی و آماری بدست می آید با این ضریب می توانیم اعتماد به مقدار آن را تعیین کنیم

$$k_e = 1 - 0.08 z_a$$

z_a و k_e از جدول ۵-۶ کتاب بدست می آید.

% اعتمادپذیری	k_e
۰/۵	۱
۰/۹۰	۰/۸۹۷
۰/۹۵	۰/۸۶۸
۰/۹۹	۰/۸۱۴

k_f ضریب سایر اثرات (مانند خوردگی، پوشش سطح، اثرات قطعات ...):

تمرکز تنش: اکثر قطعات مکانیکی دارای سوراخ ها، شیارها و سایر ناپیوستگی هایی هستند که به دلیل تغییر ناگهانی سطح مقطع توزیع تنش را از حالت یکنواخت خارج می کند. در طراحی چنین قطعاتی باید با توجه به نوع تنش اثر تمرکز تنش را به صورت زیر در محاسبات دخالت داد.

$$\sigma_{max} = k_t \sigma_0 \qquad \tau_{max} = k_{ts} \tau_0$$

در رابطه های بالا σ_0 و τ_0 مقادیر تنش معمول و k_t و k_{ts} ضرایب تمرکز تنش می باشند

برای بارگذاری های دینامیکی ضریب به نام ضریب تمرکز خستگی k_f (یا ضریب تمرکز تنش خستگی در بارگذاری پیچشی k_{fs}) براساس وجود چاک به صورت زیر تعریف می شود:

Scanned by CamScanner

$k_f = \dfrac{\text{بیشترین تنش در نمونه چاکدار}}{\text{تنش در نمونه بدون چاک}}$

حساسیت به چاک به صورت زیر تعریف می شود:

$q = \dfrac{k_f - 1}{k_t - 1}$ $\qquad q_{\text{برشی}} = \dfrac{k_{fs} - 1}{k_{ts} - 1}$

q معمولا بین صفر و یک است اگر q مساوی صفر باشد آن گاه $k_f = 1$ است

و چنین ماده ای هیچ حساسیتی به چاک ندارد. اگر $q = 1$ آن گاه $k_f = k_t$ است. یعنی جنس به چاک

حساسیت کامل دارد. برای تحلیل و طراحی ابتدا k_t با توجه به شکل هندسی از روی جداول بدست می آید

سپس با مشخص شدن جنس قطعه q بدست می آید. آن گاه می توان از روابط زیر ضریب تمرکز تنش خستگی

را بدست آورد

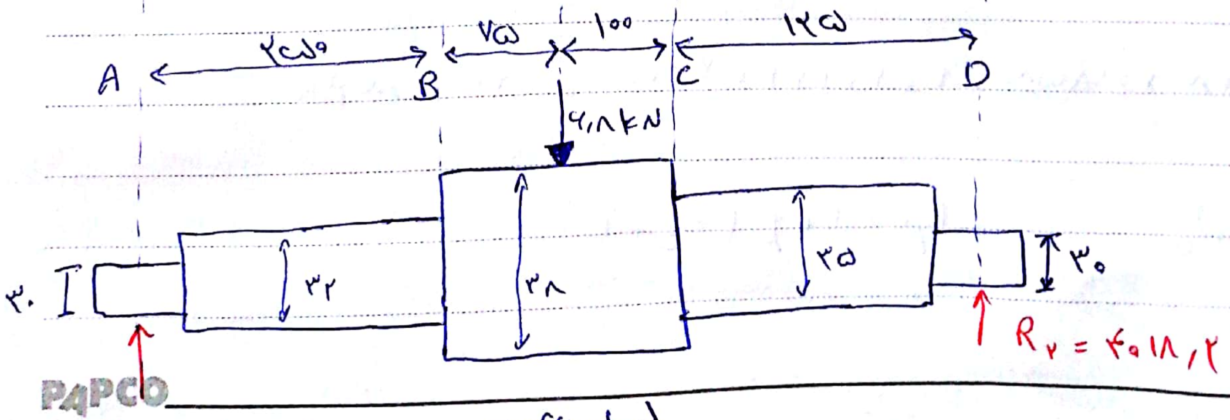
$k_f = 1 + q(k_t - 1)$

$k_{fs} = 1 + q_{\text{برشی}}(k_{ts} - 1)$

پارامتر q فقط وابسته به جنس می باشد و از جداول ثبت طراحی قابل قرائت می باشد (جداول ۲۰-۶ و

۲۱-۶ کتاب) برای انواع چدن ها حساسیت به چاک ۰/۲ در نظر گرفته می شود.

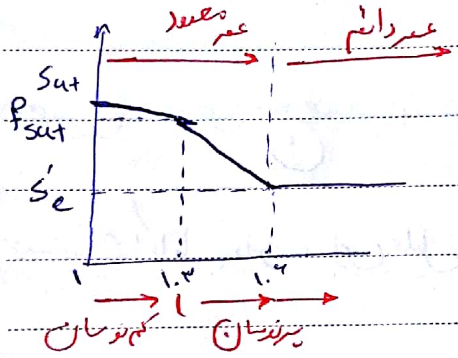
مثال)



$R_1 = ۲۷۸۱/۸\ N$

$R = \dfrac{۲۲۵(۶/۸\ kN)}{۵۵۰}$

شکل بالا میل محور گردانی را روی ۲ یاتاقان ساچمه‌ای در A و D و بار غیر دورانی $F = 4.8\,kN$ نشان می‌دهد عمر قطعه را محاسبه نمایید. شعاع همه گوشه‌ها ۳mm است، میل محور می‌گردد و بار ساکن است، قطعه از فولاد نورد سرد AISI 1050 ماشین کاری شده است.



* R_1 و R_2 را از معادلات استاتیکی بدست می‌آوریم

جدول الف-۲۰ AISI 1050

$S_{ut} = 690\ MPa$

$S_Y = 580\ MPa$

$S'_e = 0.5\, S_{ut} \rightarrow S'_e = 0.5 \times 690 = 345\ MPa$

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$

$k_a = a\, S_{ut}^{\,b}$ (جدول) $\longrightarrow k_a = 4.51\,(690)^{-0.265} = 0.798$

$k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{32}{7.62}\right)^{-0.107} = 0.858$

$k_c = 1$ ، $k_d = k_e = k_f = 1$ ← چون در صورت سئوال این‌ها اشاره نشده

$\Rightarrow S_e = 0.798 \times 0.858 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 345 = 236\ MPa$

$\sigma_{max} = k_f \sigma_0$ ، $k_f = 1 + q\,(k_t - 1)$

PAPCO
Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$\frac{r}{d} = \frac{۳}{۳۲} = ۰/۰۹۳۷۵$ $\frac{D}{d} = \frac{۳۸}{۳۲} = ۱,۱۸۷۵$

$k_t = ۱,۴۵$ ← جدول (الف ۱۵-۹)

$q = ۰/۸۵$ ← جدول (۲۰-۶)

$\Rightarrow k_f = ۱ + ۰/۸۵(۱,۴۵ - ۱) = ۱,۵۵$

$\sigma_B = \frac{M_B}{I/c} \longrightarrow M_B = R_1 x = ۲۷۸۱,۸ \times ۰,۲۵۰ \rightarrow M_B = ۴۹۵,۵ \ N.m$

$I/c = \frac{\pi d^۳}{۳۲} = \frac{\pi(۰/۰۳۲)^۳}{۳۲} = ۳,۲۷ \times ۱۰^{-۶} \ m^۳$

$\Rightarrow \sigma_B = \frac{۴۹۵,۵}{۳,۲۱۷ \times ۱۰^{-۶}} = \bigcirc$

$\sigma_{max} = k_f \times \sigma_B = ۱,۵۵ \times \frac{۴۹۵,۵}{۳,۲۱۷ \times ۱۰^{-۶}} = ۳۳۵,۱ \ MPa > ۲۳۶$ عمر محدود

$(S_f)_{۱۰^۳} = f S_{ut} = ۰/۸۴۴ \times ۶۹۰ = ۵۸۲,۳۶ \ MPa > ۳۳۵,۱ \Rightarrow$ High cycle

$f = \frac{\sigma'_F}{S_{ut}}(۲۰۰۰)^{b'}$, $\sigma'_F = ۳۴۵ + S_{ut} = ۳۴۵ + ۶۹۰ = ۱۰۳۵$

$b' = -\frac{\log\left(\frac{\sigma'_F}{S'_e}\right)}{\log(۲ \times ۱۰^۶)} = -\frac{\log\left(\frac{۱۰۳۵}{۳۴۵}\right)}{\log(۲ \times ۱۰^۶)} = -۰/۰۷۹۵$

$\Rightarrow f = \frac{۱۰۳۵}{۶۹۰}(۲۰۰۰)^{-۰/۰۷۵۷} = ۰/۸۴۴$

$S_f = a N^b$, $a = \frac{(f S_{ut})^۲}{S_e}$, $b = -\frac{۱}{۳}\log\frac{f S_{ut}}{S_e}$

→ $a = \frac{(۰/۸۴۴ \times ۶۹۰)^۲}{۲۳۶} = ۱۴۳۷ \ MPa$

PAPCO

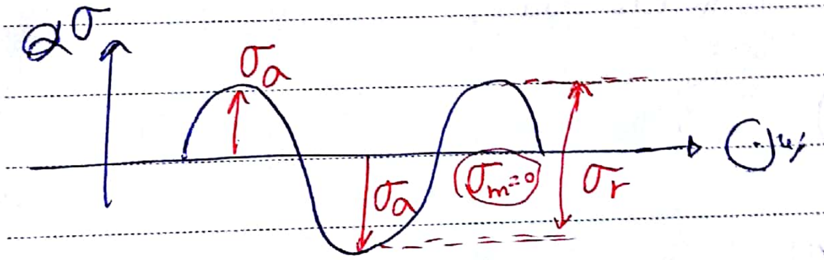
Scanned by CamScanner

$$b = -\frac{1}{3}\log \frac{۰/۸۴۴ \times ۶۹۰}{۲۳۶} = -۰/۱۳۲۸$$

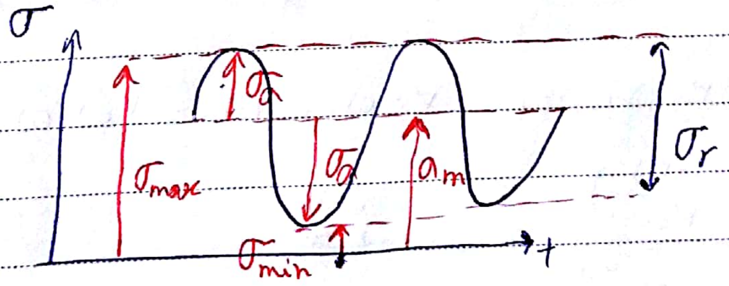
$$\rightarrow S_f = aN^b \rightarrow ۳۳۵/۱ = ۱۴۳۷\, N^{-۰/۱۳۲۸}$$

$$\rightarrow N = \left(\frac{۳۳۵/۱}{۱۴۳۷}\right)^{-\frac{1}{۰/۱۳۲۸}} = \boxed{۶۸۵۵}$$

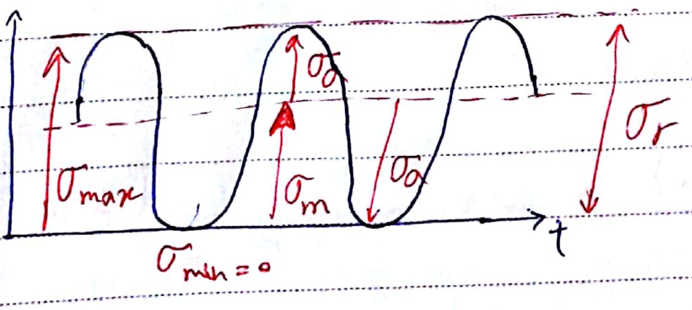
بارگذاری نوسانی : در نمونه استاندارد، بارگذاری از نوع خمش و کاملاً معکوس شونده به صورتی که در شکل زیر نشان داده شده است می باشد.



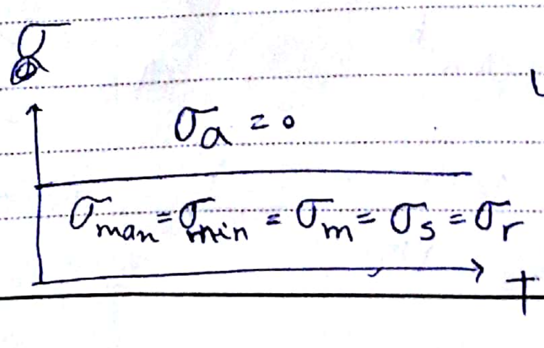
در صورتی که گاهی در قطعات و اجزای ماشین بارگذاری ها کاملاً معکوس شونده نمی باشد



نوسانی سینوسی



مکرر یکنواخت



تنش ایستا

Scanned by CamScanner

با توجه به اشکال فوق مؤلفه های تنش به صورت زیر قابل تعریف است

σ_a دامنه تنش ، σ_{max} حداکثر تنش ، σ_{min} حداقل تنش

σ_m متوسط تنش ، σ_r حد تغییرات تنش ، σ_s تنش کیلنواخت یا استاتیک

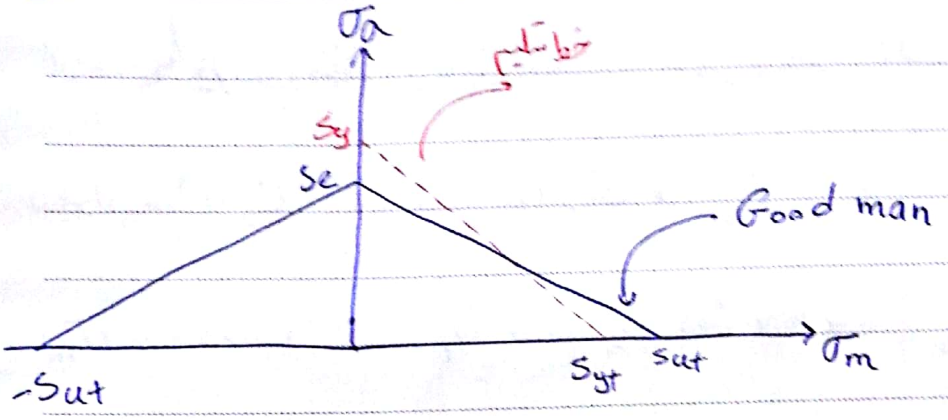
که در آن تنش میانه و دامنه ی تنش به صورت زیر تعریف می شود

$$\sigma_a = \frac{|\sigma_{max} - \sigma_{min}|}{2} \qquad \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

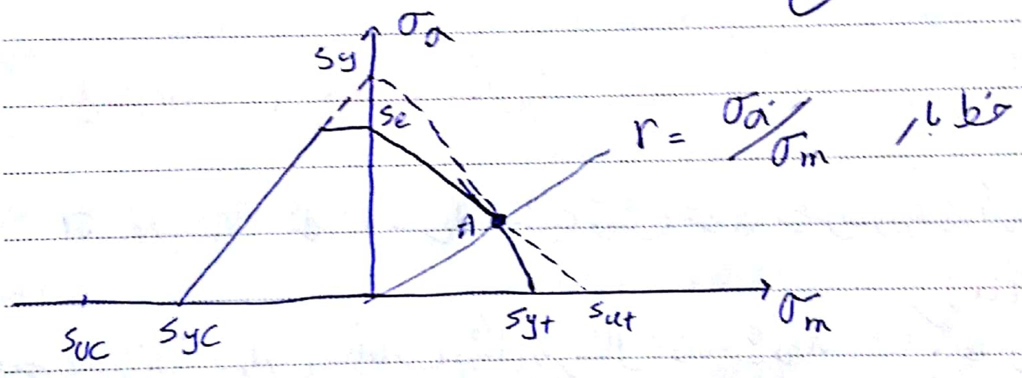
معیارهای سنجش مقاومت خستگی :

ابتدا وضعیت اثرات تغییر دامنه تنش و تنش متوسط بر عمر نمونه مورد آزمایش به طور تجربی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته و نتیجه این مطالعات در شکل زیر نشان داده شده است. گودمن (یک اسم است) با استفاده از این نتایج نظریه ای را که غالباً در طراحی اجزا مورد استفاده قرار می گیرد به نام خود ارائه نموده است. گودمن فضای طراحی را به وسیله ی خطوط راستی که S_e به S_{ut} و $-S_{ut}$ وصل می نماید، تعریف نموده است. در طراحی قطعات طبق این نظریه چنانچه نقطه ی مورد نظر مطالعه با مختصات (σ_a , σ_m) داخل فضای طراحی قرار گیرد، قطعه عمر دائم خواهد داشت در غیر این صورت قطعه واماند می گردد

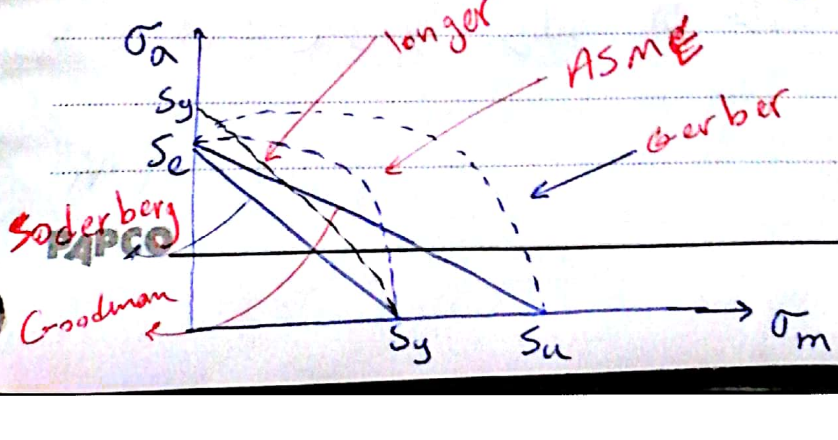
Scanned by CamScanner



با توجه به اطلاعات تجربی منحنای طراحی Good man جهتی که در شکل زیر نشان داده شده است، تصحیح گردیده که آن را نمودار اصلاح شده Good man می نامند



در این حالت با رسم OA می توان مقادیر حدی σ_a و σ_m را بدست آورد، محدوده داخل خطوط بر محدوده مقاومت قطعه است و روی خط $n=1$ بوده و خارج از این محدوده قطعه دچار واماندگی می شود، برای سادگی خط اصلاح شده Goodman خط واصل میان S_e و S_{ut} است



طبق تئوری longer اگر بارگذاری به گونه‌ای باشد که در همان سیکل اول مقادیر تنش بیشتر از استحکام تسلیم شود، با تغییر شکل پلاستیک در قطعه مواجه خواهد شد لذا شکست از ناحیه تسلیم استاتیکی اتفاق می‌افتد در این حالت مقدار ضریب اطمینان طراحی عبارت است از:

$$\frac{\sigma_a}{S_y} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n}$$

برای معیارهای Good man ، Soderberg ، ASME و Gerber ضریب اطمینان به صورت زیر تعریف می‌شود:

Soderberg $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n}$

Good man $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = \frac{1}{n}$

ASME $\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2 = \frac{1}{n^2}$

Gerber $\frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1$

بارگذاری مرکب ⇐ اگر بارگذاری ترکیبی از بارهای خمشی، پیچشی و محوری باشد در این گونه موارد با استفاده از تئوری انرژی واپیچش، دامنه تنش معادل (σ'_a) و تنش متوسط معادل (σ'_m) از روابط زیر تعیین می‌گردد:

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$$\text{Axial}\begin{cases}(\sigma_a)_A = k_f\,(\sigma_{ao})_A\\ (\sigma_m)_A = k_f\,(\sigma_{mo})_A\end{cases}$$

$$\text{Bending}\begin{cases}(\sigma_a)_B = k_f\,(\sigma_{ao})_B\\ (\sigma_m)_B = k_f\,(\sigma_{mo})_B\end{cases}$$

$$\text{Torsion}\begin{cases}(\tau_a)_B = k_{fs}\,(\tau_{ao})_B\\ (\tau_m)_B = k_{fs}\,(\tau_{mo})_B\end{cases}$$

$$\sigma'_a = \left\{\left[(\sigma_a)_B + (\sigma_a)_A/0.85\right]^2 + 3(\tau_a)_T^2\right\}^{1/2}$$

$$\sigma'_m = \left\{\left[(\sigma_m)_B + (\sigma_m)_A\right]^2 + 3(\tau_m)_T^2\right\}^{1/2}$$

ضمناً ضریب اطمینان طراحی دینامیکی از رابطه Goodman از رابطه زیر تعریف می شود؟

$$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_u} = \frac{1}{n}$$

مثال ۷) یک میله به قطر ۳۸ mm که از میله نورد سرد AISI 1050 ماشین کاری شده است، زیر بار کشش نوسانی بین ۰ و تا ۷۲ kN قرار دارد. به سبب دو سر و شعاع گوشه ضریب تمرکز تنش خستگی $k_f = 1.83$ است. S_a و S_m و ضریب ایمنی در برابر خستگی و تسلیم در نخستین [illegible] نوسان را برای الف) خط خستگی Gerber ب) خط خستگی [illegible] ASME [illegible] بیضوی را بیابید.

Subject:
Date

۲۰ـ الف → $S_y = ۵۸۰ \ Mpa$, $S_u = ۴۹۰ \ Mpa$

$S'_e = ۰/۵ \times ۴۹۰ = ۳۴۵ \ Mpa$

$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$

$k_a = a S_{ut}^{b}$, $a = ۴{,}۵۱$, $b = -۰/۲۶۵$

$\rightarrow k_a = ۴{,}۵۱ (۴۹۰)^{-۰/۲۶۵} = ۰/۷۹۸$

$k_b = ۱$, $k_c = ۰/۸۵$, $k_d = k_e = k_f = ۱$

$S_e = ۰/۷۹۸ \times ۱ \times ۰/۸۵ \times ۱ \times ۱ \times ۱ \times ۳۴۵ = ۲۳۴ \ Mpa$

$F_a = \frac{|F_{max} - F_{min}|}{۲}$ $F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{۲}$

$F_a = F_m = \frac{۷۲ \times ۱۰^۳}{۲} = ۳۶ \ kN$

$\sigma_{a0} = \sigma_{m0} = \frac{۳۶ \times ۱۰^۳}{\pi (۰/۰۱۹)^۲} = ۳۱{,}۷۴ \ Mpa$

$\sigma_a = \sigma_m = k_f \sigma_{a0} = k_f \sigma_{m0}$ → $\sigma_a = \sigma_m = ۱{,}۸۲ \times ۳۱{,}۷۴ = ۵۹{,}۷۲ \ Mpa$

$\frac{\sigma_a}{S_y} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{۱}{n}$ $n_y = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m}$

→ $n_y = \frac{۵۸۰}{۵۹{,}۷۲ + ۵۹{,}۷۲} = ۴{,}۸۶$

ضریب اطمینان در خستگی

Gerber → $\frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_u}\right)^۲ = ۱$

$\frac{n \times ۵۹{,}۷۲}{۲۳۴} + \left(\frac{n \times ۵۹{,}۷۲}{۴۹۰}\right)^۲ = ۱$ ⟹ $n_f = ۳{,}۵۵$

PAPCO

Scanned by CamScanner

$S_a = S_m = n_f \times (\sigma_a \text{ or } \sigma_m)$

$S_a = S_m = n_f \times (\sigma_a \text{ or } \sigma_m)$

$S_a = S_m =$ ۳,۵۵ × ۵۹,۷۲ = ۲۱۲ mpa

ب) ASME $\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = \frac{1}{n^2} \rightarrow \left(\frac{۵۹,۷۲}{۲۳۴}\right)^2 + \left(\frac{۵۹,۷۲}{۵۹۰}\right)^2 = \frac{1}{n^2}$

$\rightarrow n_f =$ ۳,۶۴۳۵

$S_a = S_m =$ ۳,۶۴۳۵ × ۵۹,۷۲ = ۲۱۷ mpa

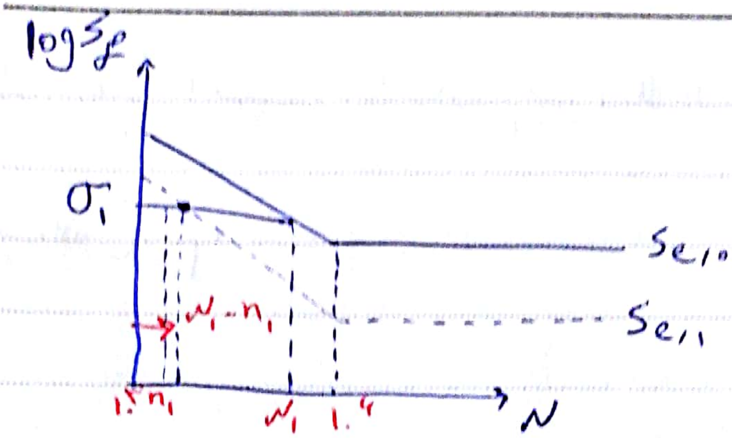
تئوری های جمع آثار خستگی: اگر قطعه‌ای تحت یک تنش خاص n دور بزند در این صورت مقداری از عمر آن کاسته می شود برای بدست آوردن عمر باقی مانده ۲ تئوری ماینر و مانسون به کار می رود

تئوری ماینر: طبق تئوری ماینر $\sum \frac{n_i}{N_i} = C$ که در آن N_i: عمر قطعه دست نخورده است اگر تحت بار σ_i . n_i تعداد سیکل تکرار بارگذاری σ_i است . C عدد تجربی است و معمولاً بین ۰/۷ و ۲/۲ است که برای فولادها $C=1$ است . طبق فرضیه ماینر پس از یک دوره بارگذاری منحنی عمر به سمت پایین شیفت می کند . برای اثبات یک بارگذاری دوم مانند σ_2 را در نظر بگیرید

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1$$

Scanned by CamScanner

۲۵ آذر میان‌ترم



$(N_1 - n_1 \,,\, \sigma_1)$

$(n_2 \,,\, \sigma_2)$

$n_2 = N_2\left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right)$

(n_2, σ_2)

n_2 عمر باقی‌مانده قطعه و N_2 عمر قطعه‌ای است که آورده است. پس منحنی عمر باید از نقطه $(N_1 - n_1, \sigma_1)$ بگذرد. بنابراین دو نقطه (n_2, σ_2) معادله خط تازه $S_f = a' N^{b'}$ را تعیین می‌کند

$$\sigma_1 = a'(N_1 - n_1)^{b'}$$

$$\sigma_2 = a'(n_2)^{b'}$$

تقسیم بر هم می‌کنیم

$$\Rightarrow b' = \frac{\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\log\left(\frac{N_1 - n_1}{n_2}\right)}$$

از طرفی داریم $n_2 = N_2\left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right)$

$$N_1 = \left(\frac{\sigma_1}{a}\right)^{1/b}$$

$$N_2 = \left(\frac{\sigma_2}{a}\right)^{1/b}$$

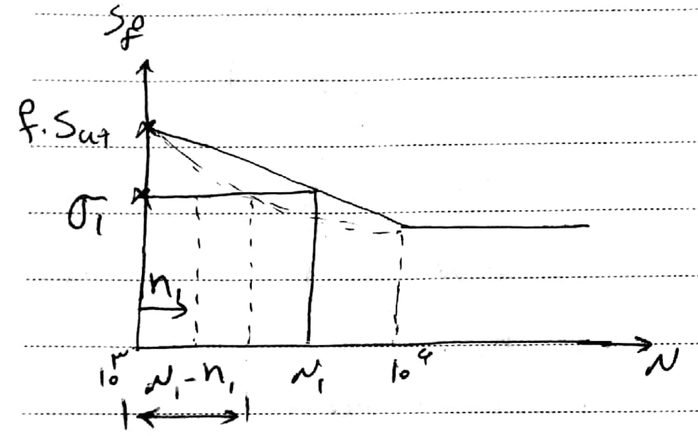
$$\Rightarrow b' = \frac{\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\log\left(\frac{N_1}{N_2}\right)}$$

$$\Rightarrow b' = \frac{\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\log\left(\left(\frac{\sigma_1}{a}\right)^{1/b} \Big/ \left(\frac{\sigma_2}{a}\right)^{1/b}\right)} = \frac{\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)}{\frac{1}{b}\log\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)} = b$$

طبق تئوری ماینر منحنی عمر شیفت می‌یابد و در نتیجه عمر قطعه در 10^3 سایکل و یا کم‌تر نیز عوض می‌شود

درحالی که طبق نتایج تجربی تجمع آثار خستگی در ناحیه low scycle بسیار ناچیز است. در نتیجه

برای رعایت ترتیب بارگذاری و هم چنین بالا بردن دقت در بارهای نزدیک $f.S_{ut}$ از تئوری مانسون استفاده می کنیم.



در این تئوری فرض می شود که منحنی عمر در مرز low cycle تغییر نکند، برای بدست آوردن

شیب جدید منحنی عمر در نظر می گیریم که منحنی از نقاط $(10^3, f S_{ut})$ و $(N_1 - n_1, \sigma_1)$

می گذرد

$$f.S_{ut} = a'(10^3)^{b'}$$

$$\sigma_1 = a'(N_1 - n_1)^{b'}$$

$$b' = \frac{\log f S_{ut} - \log \sigma_1}{\log 10^3 - \log (N_1 - n_1)}$$

عمر قطعه با مشخصات زیر را بدست آورید.
$S_u = 800\ MPa$, $S_e = 300\ MPa$
$\sigma_1 = 400\ MPa$

حل:

$f = 0/9 \leftarrow$ بدست می آوریم

در محدوده High cycle است $\Longleftarrow f = a N^b$

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$$a = \frac{(f S_{ut})^{٢}}{S_e} \quad , \quad b = -\frac{1}{٣}\log \frac{f S_{ut}}{S_e}$$

$$a = \frac{(٠/٩ \times ٨٠٠)^{٢}}{٣٠٠} = ١٧٣٠ \quad , \quad b = -\frac{1}{٣}\log \frac{٠/٩ \times ٨٠٠}{٣٠٠} = -٠/١٢٧$$

$$\Rightarrow N = \left(\frac{٤٠٠}{١٧٣٠}\right)^{-\frac{1}{٠/١٢٧}} = ١٠٢ \times ١٠^{٣}$$

حال اگر این قطعه با تنش ١٠٠ بار در دقیقه بارگذاری شود، پس از یک روز کاری ٨ ساعته بارگذاری به ٣٥٠ MPa تغییر کند، عمر باقی مانده چقدر است؟

حل:

$$\text{Miner} \rightarrow \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_٢}{N_٢} = 1$$

$$n_1 = ١٠٠ \times ٦٠ \times ٨ = ٤٨٠٠٠$$

$$N_1 = ١٠٢ \times ١٠^{٣} \quad , \quad N_٢ = \left(\frac{٣٥٠}{١٧٣٠}\right)^{-\frac{1}{٠/١٢٧}} = ٢٩٤ \times ١٠^{٣}$$

$$\frac{٤٨٠٠٠}{١٠٢ \times ١٠^{٣}} + \frac{n_٢}{٢٩٤ \times ١٠^{٣}} = 1 \longrightarrow n_٢ = ١٥٧ \times ١٠^{٣}$$

$$\text{*manson} \quad \text{حل از تئوری} \rightarrow b' = \frac{\log f \cdot S_{ut} - \log \sigma_1}{\log ١٠^{٣} - \log(N_1 - n_1)} = \frac{\log ٠/٩ \times ٨٠٠ - \log ٤٠٠}{\log ١٠^{٣} - \log([١٠٢ - ٤٨] \times ١٠^{٣})} = -٠/١٤٧$$

$$S_f = a N^{b'} \longrightarrow N = \left(\frac{٣٥٠}{١٧٣٠}\right)^{-\frac{1}{٠/١٤٧}} = ٥٢٩٠٠$$

میان ترم تا اینجا می آید

پایان فصل ۶

Scanned by CamScanner

فصل ۷ : طراحی میل محور

میل محور : شفت یا میل محور عضو گردنده‌ای (معمولاً با مقطع دایره) است که برای انتقال توان یا حرکت و تحمل بار به کار می رود. این قطعه محور دوران اجزایی مانند چرخ دنده، پولی ها، چرخ زنجیر و مانند این ها می باشد و هندسه حرکت آن ها را کنترل می کند. لذا یک محور می تواند تحت تاثیر تنش برشی، تنش محوری و تنش خمشی قرار گیرد. محورها می توانند میله‌ای (دارای مقطع دایره‌ای توپر) یا لوله ای (دارای مقطع دایره‌ای توخالی) باشند. طراحی محورها از مهم‌ترین پارامترها در طراحی محورها محاسبه قطر و بعضاً تعیین جنس می باشند که این طراحی براساس نوع بارگذاری بر روی محور انجام می شود. در طراحی محورها توجه به مسئله تغییر شکل محور اهمیت خاصی دارد، زیرا این امر موجب ایجاد اشکال در انتقال قدرت از طریق اعضای بسته شده روی محور می گردد.

طراحی استاتیکی میل محور : با توجه به اینکه در محورها عموماً تنش برشی ناشی از بارگذاری پیچشی و تنش نرمال ناشی از بارگذاری خمشی به وجود می آید، لذا تنش ها در هر نقطه روی سطح یک محور گرد توپر به قطر d که تحت بار خمشی و پیچشی قرار دارد به صورت زیر می باشد.

Bending
$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{Mc}{I} \\ c = \dfrac{d}{2},\quad I = \dfrac{\pi d^4}{64} \end{cases} \longrightarrow \sigma = \frac{M(d/2)}{\frac{\pi d^4}{64}} = \frac{32M}{\pi d^3}$$

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$$\text{Torsion}\begin{cases}\tau = \dfrac{Tc}{J}\\[2mm] c = \dfrac{d}{2},\; J = \dfrac{\pi d^4}{32}\end{cases} \longrightarrow \tau = \frac{T\left(\frac{d}{2}\right)}{\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{\left(\frac{16M}{\pi d^3}\right)^2 + \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2} = \frac{16}{\pi d^3}\sqrt{M^2 + T^2}$$

$$\text{Tresca} \Rightarrow n = \frac{\tau_y}{\tau_{max}} = \frac{S_y}{2\tau_{max}} \longrightarrow \tau_{max} = \frac{S_y}{2n}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{\pi d^3}\sqrt{M^2+T^2} = \frac{S_y}{2n} \Longrightarrow d = \left(\frac{32n}{\pi S_y}\sqrt{M^2+T^2}\right)^{1/3}$$

DE
معیار انرژی واپیچش

$$\sigma_F \left(\sigma^2 + 3\tau^2\right)^{1/2} = \left(\left(\frac{32M}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2\right)^{1/2}$$

$$\sigma_F = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2}$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_F} \longrightarrow \sigma_F = \frac{S_y}{n} \Longrightarrow \frac{S_y}{n} = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2}$$

$$d = \left(\frac{32n}{\pi S_y}\sqrt{M^2 + \frac{3}{4}T^2}\right)^{1/3}$$

طراحی دینامیکی محورها: در محورها تنش های خمشی، پیچشی و محوری ممکن است دارای مؤلفه های میانی و هم نوسانی باشند، بارهای محوری معمولاً نسبت به خمش و پیچش بسیار کوچک تر هستند.

تنش های نوسانی به سبب پیچش و خمش عبارت اند از:

Subject:
Date

Bending
$$\begin{cases}\sigma_a = k_f \dfrac{M_a c}{I} \\ \sigma_m = k_f \dfrac{M_m c}{I}\end{cases} \qquad \begin{cases}\sigma_a = k_f \dfrac{32 M_a}{\pi d^3} \\ \sigma_m = k_f \dfrac{32 M_m}{\pi d^3}\end{cases}$$

Torsion
$$\begin{cases}\tau_a = k_{fs} \dfrac{T_a c}{J} \\ \tau_m = k_{fs} \dfrac{T_m c}{J}\end{cases} \qquad \begin{cases}\tau_a = k_{fs} \dfrac{16 T_a}{\pi d^3} \\ \tau_m = k_{fs} \dfrac{16 T_m}{\pi d^3}\end{cases}$$

DE $\Rightarrow$ $$\sigma'_a = \left(\sigma_a^2 + 3\tau_a^2\right)^{1/2}$$
$$\sigma'_m = \left(\sigma_m^2 + 3\tau_m^2\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \sigma'_a = \left(\left(k_f \frac{32 M_a}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(k_{fs} \frac{16 T_a}{\pi d^3}\right)^2\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \sigma'_m = \left(\left(k_f \frac{32 M_m}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(k_{fs} \frac{16 T_m}{\pi d^3}\right)^2\right)^{1/2}$$

$$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_u} = \frac{1}{n}$$

DE - Goodman $\Rightarrow$

$$\frac{16}{\pi d^3}\left[\frac{1}{S_e}\left(4(k_f M_a)^2 + 3(k_{fs} T_a)^2\right)^{1/2} + \frac{1}{S_u}\left(4(k_f M_m)^2 + 3(k_{fs} T_m)^2\right)^{1/2}\right] = \frac{1}{n}$$

$$d = \left\{\frac{16n}{\pi}\left[\frac{1}{S_e}\left(4(k_f M_a)^2 + 3(k_{fs} T_a)^2\right)^{1/2} + \frac{1}{S_u}\left(4(k_f M_m)^2 + 3(k_{fs} T_m)^2\right)^{1/2}\right]\right\}^{1/3}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

DE - Soderberg $\quad \dfrac{\sigma'_a}{S_e} + \dfrac{\sigma'_m}{S_y} = \dfrac{1}{n}$

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[\frac{1}{S_e} \left(4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right)^{1/2} + \frac{1}{S_y} \left(4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/3}$$

DE - ASME $\quad \left(\dfrac{\sigma'_a}{S_e}\right)^2 + \left(\dfrac{\sigma'_m}{S_y}\right)^2 = \dfrac{1}{n^2}$

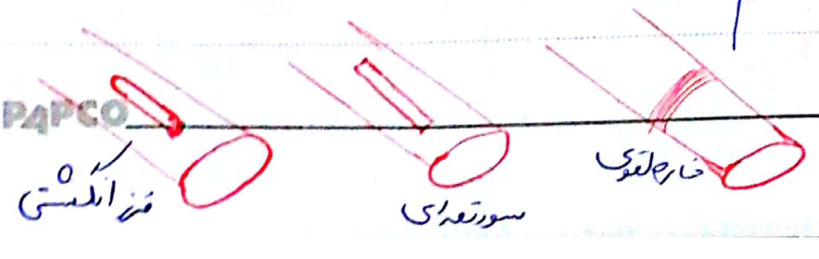
$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[4\left(\frac{K_f M_a}{S_e}\right)^2 + 3\left(\frac{K_{fs} T_a}{S_e}\right)^2 + 4\left(\frac{K_f M_m}{S_y}\right)^2 + 3\left(\frac{K_{fs} T_m}{S_y}\right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

ضرایب تمرکز تنش ⇐

جدول زیر ضرایب تمرکز تنش مرسوم برای آغاز سعی و خطا در طراحی مثل محور است. این مقادیر را برای شروع طراحی به کار می‌بریم و پس از اینکه قطرها تعیین شوند، مقادیر واقعی را وارد می‌کنیم.

ضرایب تمرکز تنش k_t و k_{ts}

	خمشی	پیچشی	محوری
پله $r/d = 0/02$	۲/۷	۲/۲	۳
$r/d = 0/1$	۱/۷	۱/۵	۱/۹
جای خار با فرز انگشتی $(r/d = 0/02)$	۲/۱۴	۳	—
جای خار سورتمه‌ای	۱/۷	—	—
شیار خار حلقوی	۵	۳	۳

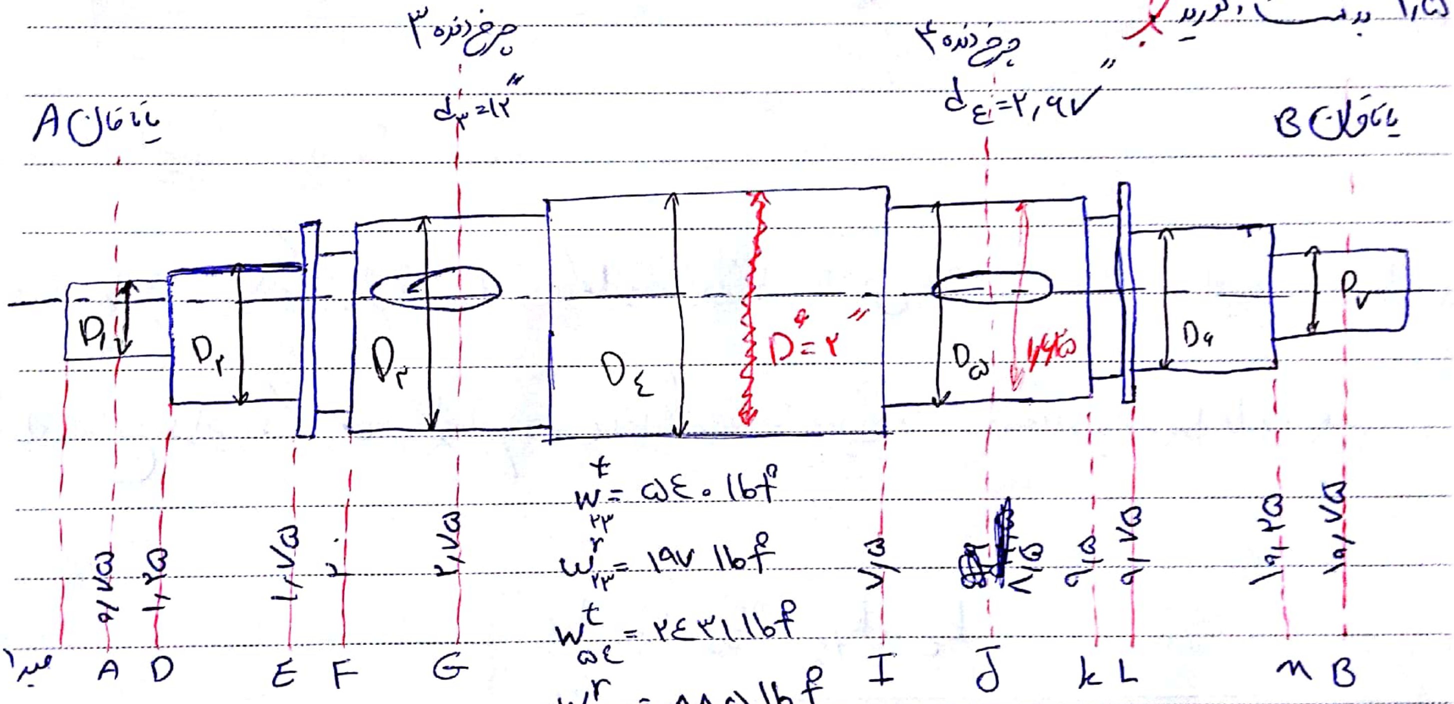


Scanned by CamScanner

Subject :
Date

مثال) طرح یک جعبه دنده با هندسه به صورت زیر پیشنهاد شده است :

① چرخ دنده ها و یاتاقان ها به کنار شانه های میل محور تکیه دارند و با خار حلقوی در جای خود نگه داری می شوند . چرخ دنده ها به صورت شکل زیر مشخص شده اند و نیروهای مماسی و شعاعی را با مقادیر زیر به میل محور انتقال می دهند . قطرهای مقاطع میل محور را با احتساب ضریب ایمنی دست کم ۱٫۵ بدست آورید .



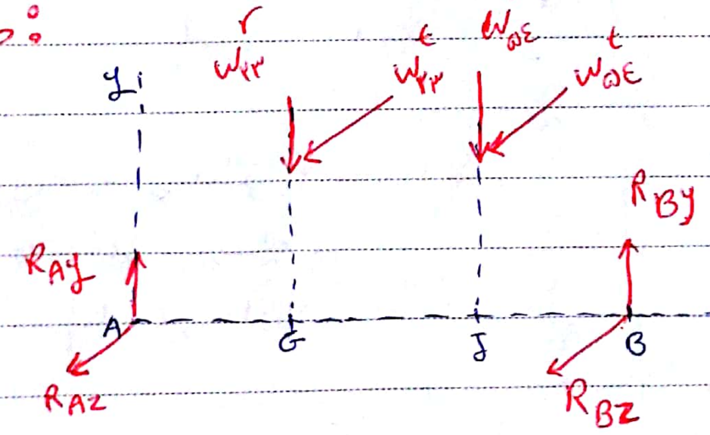
$W^t_{23} = 540\ lbf$

$W^r_{23} = 197\ lbf$

$W^t_{54} = 2431\ lbf$

$W^r_{54} = 885\ lbf$

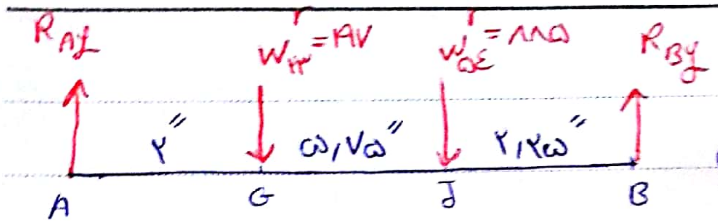
حل :



PAPCO

Scanned by CamScanner

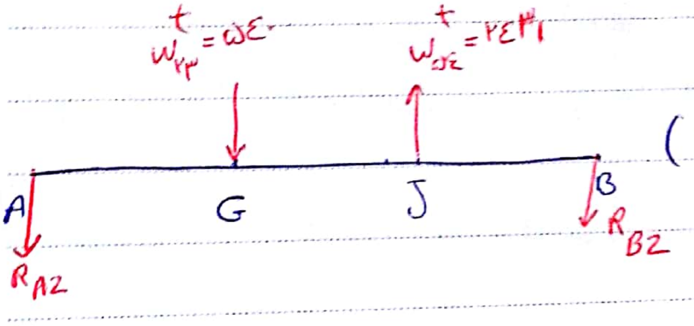
Subject:
Date



(x-y)

$R_{Ay} = ۳۵۴,۷$ lbf

$R_{By} = ۷۲۵,۳$ lbf



(x-z)

$R_{Az} = ۱۱۵$ lbf

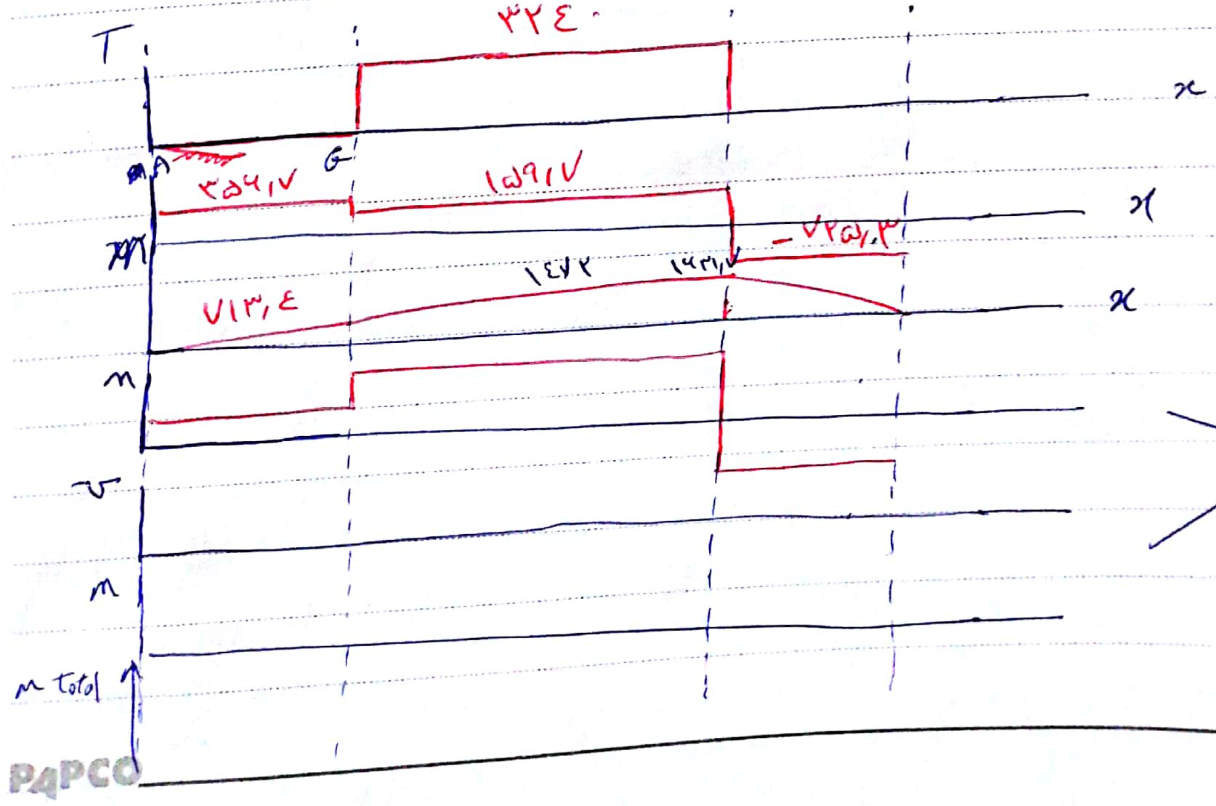
$R_{Bz} = ۱۷۷۶$

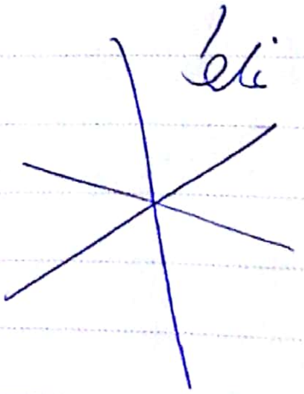
$R_{Ay} = ۳۵۴,۷$

$R_{By} = ۷۲۵,۳$

(x-y)

$A < x < G$	$V = ۳۵۴,۷$	$M = ۳۵۴,۷$ lbf.in
$G < x < j$	$V = ۱۵۹,۷$	$M = ۳۵۴,۷x - ۱۹۷(x-۲)$
$j < x < B$	$V = -۷۲۵,۳$	$M = ۷۲۵,۳x$
$A < x < G$	$V = ۱۱۵$	$M = ۱۱۵x$
$G < x < j$	$V = ٤۵۵$	$M = ۱۱۵x + ۵٤۰(x-۲)$
$J < x < B$	$V = -۱۷۷٤$	$M = ۱۷۷٤x$





Subject:
Date: $r/d = 0.1$

(9) $k_t = 1.7 = k_f$

$k_{ts} = 1.5 = k_{fs}$

پیوست الف - ۲۰ CD ۱۰۲۰

$S_{ut} = 68\ ksi$ $S_y = 57\ kpsi$

$k_a = a S_{ut}^b = 2.7 (68)^{-0.265} = 0.883$

فرض کنید $k_b = 0.9$ $k_c = k_d = k_e = k_f = 1$

$S_e = (0.883)(0.9)(0.5)(68) = 27\ kpsi$

DE_Goodman

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[\frac{1}{S_e} \left(4(k_f M_a)^2 + 3(k_{fs} T_a)^2 \right)^{1/2} + \frac{1}{S_{ut}} \left(4(k_f M_m)^2 + 3(k_{fs} T_m)^2 \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/3}$$

($3(k_{fs}T_a)^2$ crossed out → 0)

$T_a = 0$ $T_m = 3240$

$M_m = 0$ $M_a = 3651$

$$d = \left\{ \frac{16 \times 1.5}{\pi} \left[\frac{1}{27000} \left(4(1.7 \times 3651) \right) + \frac{1}{68000} \left(3(1.5 \times 3240)^2 \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/3}$$

$\Longrightarrow d = 1.45''$ $d = 1.425''$ ✓

$D/d = 1.2$ $r/d = 0.1$

$D = 1.2(1.425)$ $r = 0.14''$

$= 1.95'' \longrightarrow D = 2''$ ✓

$k_{fs} = 1 + q_s(k_{ts} - 1)$

$k_{fs} = 1 + 0.85(1.35 - 1)$

$= 1.3$

$D/d = \frac{2}{1.425} = 1.43$

نمودار ۶-۲۰

پیوست الف - ۱۵ $k_t = 1.6$ $q = 0.82$

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = 1 + 0.82(1.6 - 1) = 1.49$

نمودار ۶-۲۱

$k_{ts} = 1.35$ $q_s = 0.85$

Scanned by CamScanner

۵´

Subject:
Date

$k_a = ۰/۸۸۳$

$k_b = \left(\frac{۱/۹۲۵}{۳}\right)^{-۰/۱۰۷} = ۰/۸۳۵$

$S_e = ۰/۸۸۳ \times ۰/۸۳۵ \times ۰/۵ \times ۶۸ = ۲۵/۱ \text{ kpsi}$

① $\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}}$

$\sigma'_a = \frac{۳۲ k_f M_a}{\pi d^۳} = \frac{۳۲ \times ۱/٤۹ \times ۳۴۵۱}{\pi (۱/۹۲۵)^۳} = ۱۲۹۱۰ \text{ lbf.in}$

$\sigma'_m = \left(۳\left(\frac{۱۶ k_{fs} T_m}{\pi d^۳}\right)^۲\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{۳} \times ۱۶ \times ۱/۳ \times ۳۲٤۰}{\pi (۱/۹۲۵)^۳} = ۸۴۵۹ \text{ lbf.in}$

$\frac{1}{n_f} = \frac{۱۲۹۱۰}{۲۵۱۰۰} + \frac{۸۴۵۹}{۹۸۰۰۰}$ → $n_f = ۱/۵۹$

$M = ۳۷۵۰$, $r/d = ۰/۰۲$ $\quad r = ۰/۰۲ \times ۱/۹۲۵ = ۰/۰۳۸۵$

$k_t = ۲/۱۴$ $\quad k_{ts} = ۳$ $\quad$ جدول ۱-۷

$q = ۰/۹۵$ → نمودار ۶-۲۰

$q_s = ۰/۷۱$ → نمودار ۶-۲۱

$k_f = 1 + q(k_t - 1) = ۱ + ۰/۹۵(۲/۱٤ - ۱) = ۱/۷٤$

$k_{fs} = 1 + q_s(k_{ts} - 1) = ۱ + ۰/۷۱(۳ - ۱) = ۲/٤۲$

$\sigma' = \frac{۳۲ k_f M_a}{\pi d^۳} = \frac{۳۲ \times ۱/۷٤ \times ۳۷۵۰}{\pi (۱/۹۲۵)^۳} = ۱۵٤۹۰ \text{ psi}$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$$\sigma'_m = \sqrt{۳}\,\frac{۱۶\,k_{fs}\,T_m}{\pi d^{۳}} = \sqrt{۳} \times ۱۶ \times ۲{,}۴۲ \times ۳۲۴۰ \,/\, (\pi \times ۱{,}۶۲۵^{۳}) = ۱۶۱۲۰$$

$$\frac{۱}{n_f} = \frac{۱۵۴۹۰}{۲۵۱۰۰} + \frac{۱۶۱۲۰}{۹۸۰۰۰} \longrightarrow n_f = ~~۰{,}۸۵~~\ ۱{,}۱۷$$

ضریب ایمنی کمتر از ۱ شده
پس باید جنس را تغییر دهیم

$S_{ut} = ۱۰۰\ kpsi$ الف_۲۰

$$\rightarrow k_a = a S_{ut}^{\,b} = ۲{,}۷\,(۱۰۰)^{-۰{,}۲۶۵} = ۰{,}۷۹۷$$

$$k_b = ۰{,}۸۳۵$$

$$S_e = (۰{,}۷۹۷)(۰{,}۸۳۵)(۰{,}۵)(۱۰۰) = ۳۳{,}۳\ kpsi$$

$k_t = ۲{,}۱۴ \longrightarrow q = ۰{,}۷۲$ جدول ۶_۲۰

$$k_f = ۱ + q(k_t - ۱) \rightarrow k_f = ۱ + ۰{,}۷۲\,(۲{,}۱۴ - ۱) = ۱{,}۸۲$$

$$\rightarrow \frac{۱}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \Rightarrow \sigma'_a = \frac{۳۲\,k_f\,M_a}{\pi d^{۳}} = \frac{۳۲ \times ۱{,}۸۲ \times ۳۷۵۰}{\pi\,(۱{,}۶۲۵)^{۳}} = ۱۶۲۰۰\ psi$$

$$\frac{۱}{n_f} = \frac{۱۶۲۰۰}{۳۳۳۰۰} + \frac{۱۶۱۲۰}{۱۰۰۰۰۰} \longrightarrow n_f = ۱{,}۵۴$$

$$M_m = T_m = T_a = ۰ \longrightarrow M_a = ۲۳۹۸\ N.m$$

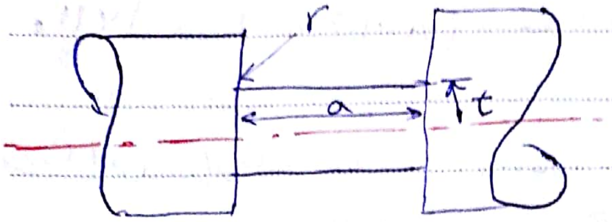
جدول ۱_۷ $k_f = k_t = ۵$

$$\sigma'_a = \frac{۳۲\,k_f\,M_a}{\pi d^{۳}} \longrightarrow \sigma'_a = \frac{۳۲ \times ۵ \times ۲۳۹۸}{\pi\,(۱{,}۶۲۵)^{۳}} = ۲۸۴۹۰\ psi$$

P4PCO

$$\frac{۱}{n_f} = \frac{۲۸۴۹۰}{۳۳۳۰۰} \longrightarrow n_f = ۱{,}۱۷$$

Scanned by CamScanner



$d = ۱,۶۲۵"$
$a = ۰/۰۹۸"$
$t = ۰/۰۴۸$
$r = ۰/۰۱"$

} استاندارد

$\frac{a}{t} = \frac{۰/۰۹۸}{۰/۰۴۸} = ۱,۴۲$

$\frac{r}{t} = \frac{۰/۰۱}{۰/۰۴۸} = ۰/۲۰۸$

پیوست الف-۱۵-۱۴ $\quad K_t = ۴,۳$

جدول ۶-۲۰ $\longrightarrow q = ۰/۶۸$

$K_f = 1 + q(K_t - 1)$

$K_f = 1 + ۰,۶۸(۴,۳ - ۱)$

$K_f = ۳,۱۵$

$$\longrightarrow \sigma'_a = \frac{۳۲ \times ۳,۱۵ \times ۲۳۹۸}{\pi(۱,۶۲۵)} = ۱۷۹۳۰$$

$$\frac{1}{n_f} = \frac{۱۷۹۳۰}{۳۳۲۰۰} \longrightarrow n_f = ۱,۸۶$$

(ب) $T_a = T_m = M_m = ۰ \longrightarrow M_a = ۹۵۹ \text{ lbf.in}$

$\frac{r}{d} = ۰/۰۲ \qquad$ فرض $\leftarrow d = ۱"$

جدول ۱-۷ $\rightarrow K_t = ۲,۷$

$r = ۰/۰۲ \times ۱ = ۰/۰۲"$

جدول ۶-۲۰ $\rightarrow q = ۰/۷$

$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + ۰/۷(۲,۷ - ۱)$

$K_f = ۲,۱۹$

$$\sigma'_a = \frac{۳۲ K_f M_a}{\pi d^۳} \rightarrow \sigma'_a = \frac{۳۲ \times ۲,۱۹ \times ۹۵۹}{\pi(۱)^۳} \longrightarrow \sigma'_a = ۲۱۳۹۰ \text{ psi}$$

$$\frac{1}{n_f} = \frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_{ut}} \rightarrow \frac{1}{n_f} = \frac{۲۱۳۹۰}{۳۳۲۰۰} \longrightarrow n_f = ۱,۵۶$$

$D_۱ = D_۷ = ۱"$
$D_۲ = D_۶ = ۱,۴"$
$D_۳ = D_۵ = ۱,۶۲۵$
$D_۴ = ۲"$

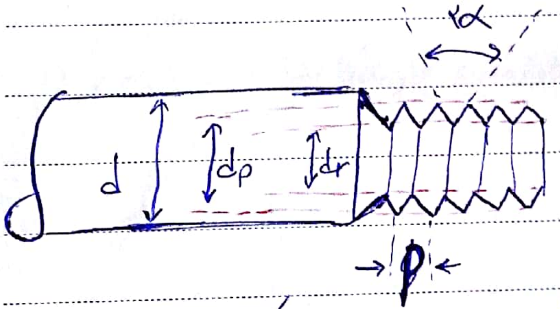
PAPCO

Scanned by CamScanner

پیچ ← برای برقراری اتصال قطعات از نوع دائمی یا موقت عموماً از پیچ ها و پین ها استفاده می گردد

پیچ ها دارای انواع مختلفی می باشند که بسته به کاربردشان دارای اشکال و فرم های گوناگون بوده و با اسامی مختلف معرفی می شوند.

استانداردها و تعاریف ←



d قطر بزرگ - dr قطر کوچک یا قطر ریشه - dp قطر گام یا متوسط - p گام

در مبحث پیچ ها منظور از گام پیچ فاصله طولی ۲ دنده متوالی به موازات محور پیچ می باشد.

تعریف گام در استاندارد اینچی عکس تعداد دنده در هر اینچ است. پیشروی (L) طول جابجایی پیچ به موازات محور پس از یک دور چرخیدن تعریف می شود. در سیستم متریک برای معرفی پیچ از علامت $M_{x\times y}$ استفاده می شود که در آن x قطر بزرگ و y معرف گام پیچ است.

$M_{12\times 1.75}$ $\begin{cases} d = 12\ mm \\ p = 1.75\ mm \end{cases}$

اسلش

طبق تعریف درجه در یک پیچ به صورت کلی m/n تعریف می شود که در آن $S_{ut} = m\times 100$ و

$$n = \frac{S_y}{S_{ut}}$$

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

مثال ۱۱ فصل ۴/۹

$S_{ut} \cong 400\ MPa$

$\frac{S_y}{S_{ut}} = 0.6 \longrightarrow S_y \cong 240\ MPa$

UNF - 1/4 × 20 ← در استاندارد اینچی

استاندارد اینچی / مشخصه رزوه — قطر بزرگ — تعداد دنده در هر اینچ

F: Fine

C: Coarse

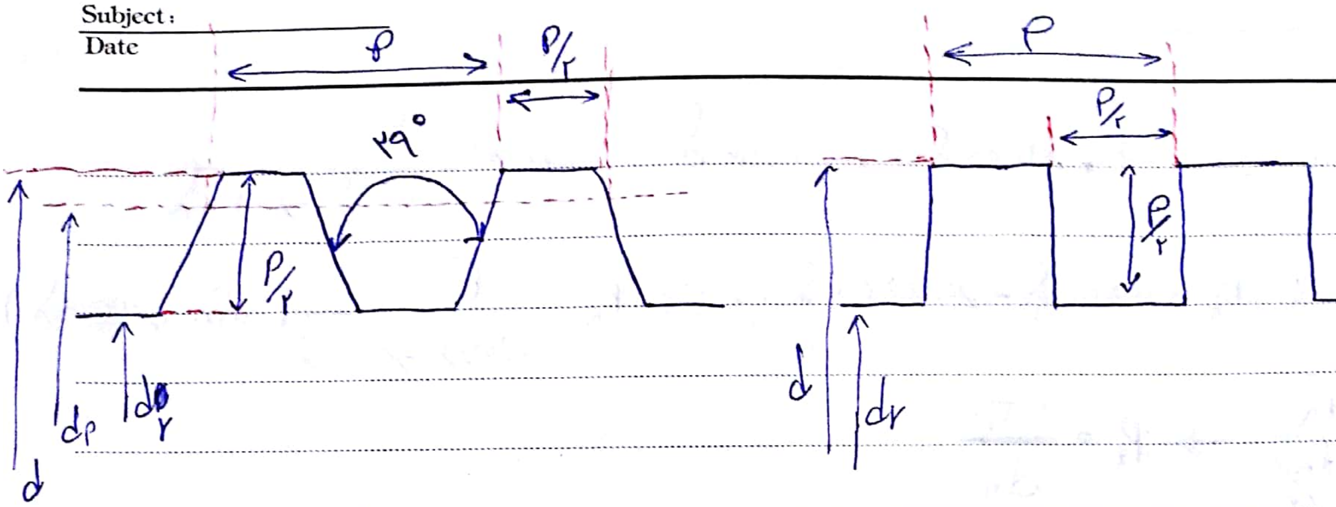
EF: Extra Fine

تجربه نشان داده است که یک پیچ و یک میله‌ی دندانه نشده به قطر d_t دارای مقاومت کششی یکسانی هستند

مساحت این مقطع را مساحت کششی میله‌ی رزوه دار (A_t) گویند.

پیچ های قدرت برخلاف سایر انواع پیچ‌ها که برای برقراری اتصال مورد استفاده قرار می‌گیرند از پیچ های قدرت برای بالا بردن و پایین آوردن یا به طور کلی برای جابجا کردن بار استفاده می‌شود به طور کلی پیچ قدرت وسیله‌ای است که در ماشین ها برای تبدیل حرکت زاویه‌ای به حرکت خطی و معمولاً برای انتقال توان به کار می‌رود. ۲ نوع متداول از پیچ های قدرت: الف - پیچ قدرت با رزوه مربعی شکل و ب) پیچ قدرت با رزوه ذوزنقه (Acme) در اشکال زیر نشان داده شده است.

Scanned by CamScanner



محاسبات پیچ‌های قدرت ← شکل زیر یک پیچ قدرت با دنده مربعی و با قطر میانگین d_m، گام P،

زاویه پیشروی λ، زاویه مارپیچ ψ . زیر بار نیروی فشاری F را نشان می‌دهد.

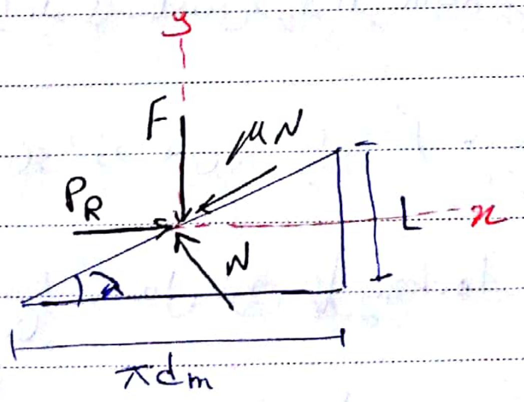
می‌خواهیم رابطه گشتاور لازم برای بالا بردن و پایین آوردن بار را بدست آوریم. اگر یک حلقه از رزوه پیچ را

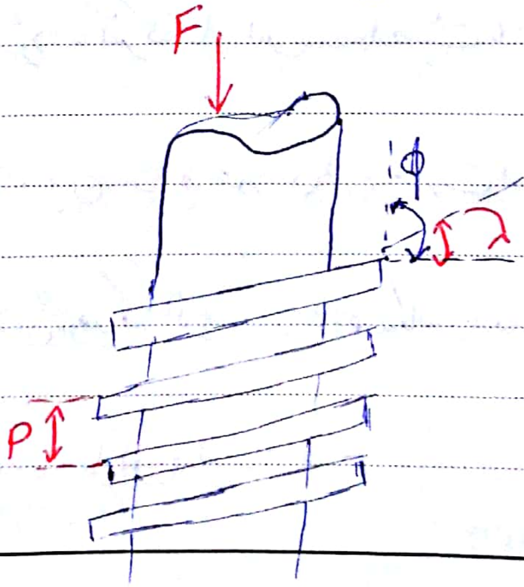
باز کنیم، لبه‌ی دنده وتر مثلث قائم الزاویه‌ای است که قاعده آن محیط دایره‌ای به قطر میانگین دنده و ارتفاعش

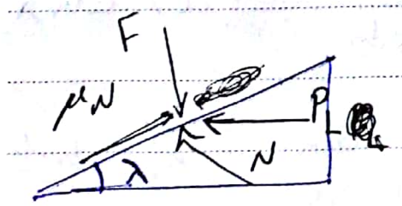
مقدار پیشروی دنده است. جمع همه‌ی نیروهای محوری که به دنده وارد می‌شود را با F نشان می‌دهیم

نیروی P_R نیروی بالابر بار است که به سمت راست وارد می‌شود و برای پایین آوردن نیروی P_L به

سمت چپ عمل می‌کند.







PAPCO

Scanned by CamScanner

$$\sum F_y = 0 : \quad -F + N\cos\lambda - \mu N \sin\lambda = 0 \rightarrow N = \frac{F}{\cos\lambda - \mu\sin\lambda}$$

$$\sum F_x = 0 : \quad P_R - N\sin\lambda - \mu N \cos\lambda = 0 \rightarrow P_R = \frac{F}{\cos\lambda - \mu\sin\lambda}(\sin\lambda + \mu\cos\lambda)$$

$$P_R = \frac{T_R}{d_m/2} \rightarrow P_R = \frac{2T_R}{d_m}$$

$$T_R = \frac{Fd_m}{2} = \frac{\sin\lambda - \mu\cos\lambda}{\cos\lambda - \mu\sin\lambda} \rightarrow T_R = \frac{Fd_m}{2}\,\frac{\mu + \tan\lambda}{1 - \mu\tan\lambda}$$

$$\Rightarrow \tan\lambda = \frac{L}{\pi d_m}$$

$$\longrightarrow T_R = \frac{Fd_m}{2}\,\frac{\mu + \frac{L}{\pi d_m}}{1 - \mu\frac{L}{\pi d_m}} \Rightarrow T_R = \frac{Fd_m}{2}\,\frac{\mu\pi d_m + L}{\pi d_m - \mu L} \quad (1)$$

گشتاور پایین آوردن نیز به صورت مشابه قابل محاسبه است

$$T_L = \frac{Fd_m}{2}\,\frac{\mu\pi d_m - L}{\pi d_m + \mu L} \quad (2)$$

$\mu\pi d_m < L$

در رابطه (۲) مشاهده می‌شود که اگر $\mu\pi d_m$ کوچک‌تر از L باشد یا $\mu < \frac{L}{\pi d_m}$ گشتاور ~~$\frac{T_L}{\pi d_m}$~~ منفی می‌شود یعنی در اثر بار F، پیچ خودبه‌خود باز می‌شود. اگر گشتاور این معادله مثبت باشد پیچ را خودقفل‌کن (self locking) گویند. پس شرایط خودقفل‌کنی عبارت است از:

$\mu \geq \frac{L}{\pi d_m} \Rightarrow \mu \geq \tan\lambda$. این رابطه می‌گوید که اگر ضریب اصطکاک دنده برابر یا بزرگ‌تر از $\tan$ زاویه پیشروی دنده باشد، دنده خودقفل‌کن است

PAPCO

Scanned by CamScanner

مقدار گشتاور بالابرنده با dm افزایش می یابد ، لذا در طراحی بهتر است از کمترین dm ممکن استفاده شود

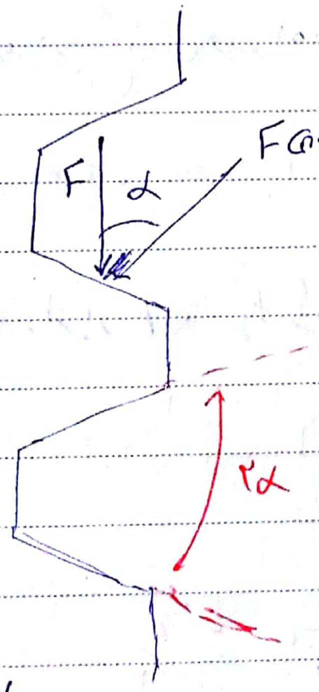
اگرچه ملاحظات استحکامی اجازه نمی دهد قطر پیچ بیش از اندازه کوچک باشد . محاسبات بالا برای رزوه های

مربع بدست آمد که بارهای عمود بر دنده با محور پیچ موازی اند ، برای رزوه های ذوزنقه ، نیروی عمود بر دنده با

محور پیچ موازی نیست و به زاویه دنده 2α و زاویه پیشروی λ بستگی دارد . چون زاویه پیشروی کوچک

است می توان از آن چشم پوشی نمود و تنها زاویه دنده را اثر داد ، پس در معادله گشتاور بالابرنده باید جمله

مربوط به اصطکاک را تقسیم بر $\cos\alpha$ نمود



$$T_R = \frac{F d_m}{2} \cdot \frac{L + \mu \pi d_m \sec\alpha}{\pi d_m - \mu L \sec\alpha}$$

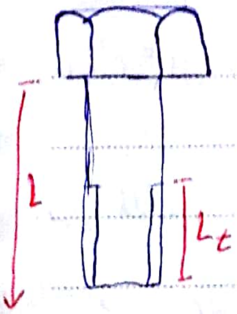
راندمان پیچ های قدرت ← بر دلیل وجود اصطکاک مقدار گشتاور لازم برای جابجایی به صورت کامل صرف

این کار نمی گردد و مقداری از آن برای غلبه بر اصطکاک مصرف می شود ، لذا بنابر تعریف بازدهی پیچ عبارت است از

$$e = \frac{T_0 \,(\mu = 0 \text{ در حالت})}{T_R} = \frac{F \cdot L}{2\pi T_R}$$

PAPCO
Scanned by CamScanner

Subject:
Date



پیچ های اتصال ←

اینچی

$$L_t = \begin{cases} 2d + \frac{1}{4}'' & L \leq 6'' \\ 2d + \frac{1}{2}'' & L > 6'' \end{cases}$$

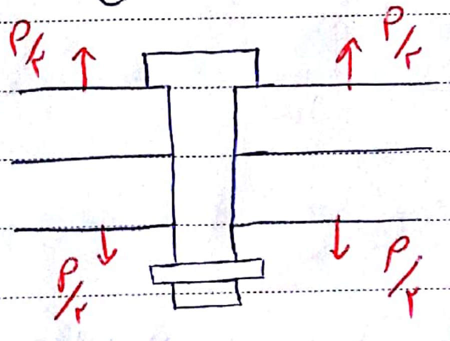
متریک

$$L_t = \begin{cases} 2d + 6 & L \leq 125\,mm \\ 2d + 12 & 125 < L \leq 200\,mm \\ 2d + 25 & L > 200 \end{cases}$$

طراحی پیچ های اتصال ← پیچ و مهره برای سفت نگه داشتن ۲ یا چند عضو بهم می باشد ، با پیچیدن مهره پیچ کشیده می شود تا نیروی سفت بهم گرفتن قطعات پدید آید ، این نیرو را پیش کشش یا پیش بار پیچ گویند نیروی نگه دارنده در پیچ کشش و در ۲ قطعه فشار پدید می آورد . شکل زیر یک پیچ را نشان می دهد که برای اتصال ۲ عضو بکار گرفته شده است . چنانچه F_i پیش بار ، P نیروی وارد بر عضوها یا قطعات ، P_b سهم پیچ از بار P ، P_m سهم عضو از بار P ، F_b برآیند بار پیچ ، F_m برآیند بار عضوها باشند خواهیم داشت :

$$F_b = P_b + F_i$$

$$F_m = P_m - F_i$$



تحت بار ، قطعه و پیچ تغییر طول δ را تجربه می کنند . k_b سختی پیچ و k_m سختی عضوها می باشد

$$\delta = \frac{P_b}{k_b} \quad , \quad \delta = \frac{P_m}{k_m}$$

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

$P = P_m + P_b$ $P_m = \frac{k_m}{k_b} P_b$

$\Rightarrow P = \frac{k_m}{k_b} P_b + P_b = \left(\frac{k_b + k_m}{k_b}\right) P_b \longrightarrow P_b = \frac{k_b}{k_b + k_m} P$

به همین ترتیب $\longrightarrow P_m = \frac{k_m}{k_m + k_b} P$

سختی اتصال $C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$

$P_b = C \cdot P$

$P_m = (1 - C) P$

$\Rightarrow F_b = C \cdot P + F_i$

$F_m = (1 - C) P - F_i$

میزان نیروی پیش بارگذاری شده ← جهت سفت کردن اتصال پیچ و مهره‌ای (به صورت تجربی) به صورت زیر است:

$F_i = \begin{cases} 0/75 F_p & \text{برای اتصالات بازو بسته شو} \\ 0/9 F_p & \text{برای اتصالات دائمی} \end{cases}$

F_p بار گواه است که بیشترین باری است که یک پیچ بدون تغییر شکل پلاستیک می‌تواند تحمل نماید، هم چنین

مقاومت گواه (S_p) برابر با بار گواه تقسیم بر سطح تنش کششی است $S_p = \frac{F_p}{A_t}$

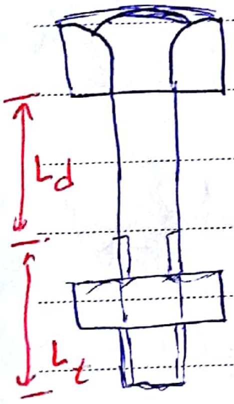
در پیچ های فولادی معمولاً $S_p = 0/85 S_y$ است

Subject:
Date

$$F_i = \begin{cases} 0.75\,(S_p \cdot A_t) = 0.75 \times 0.85\, S_y \cdot A_t = 0.643\, A_t S_y \\ 0.9\,(S_p \cdot A_t) = 0.9 \times 0.85\, S_y \cdot A_t = 3.4\, A_t S_y \end{cases}$$

گشتاور پیچشی لازم برای سفت کردن و ایجاد پیش بار، $T = 0.2 F_i d$ در نظر گرفته می شود

محاسبه سختی اتصال ← برای پیچ نشان داده شده در شکل زیر، A_t سطح تنش کششی، L_t طول قسمت رزوه دار، L_d طول قسمت بی رزوه، A_d سطح با قطر بزرگ پیچ می باشد.



$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{k_d} + \frac{1}{k_t}$$

$$k_d = \frac{A_d E}{L_d} \quad , \quad k_t = \frac{A_t E}{L_t}$$

$$k_b = \frac{A_d A_t E}{A_d L_t + A_t L_d}$$

مدول کشسانی

k_b سختی پیچ است. با توجه به چیدمان لایه‌ای قطعات روی یکدیگر سختی کل برابر خواهد بود با

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_{m_1}} + \frac{1}{k_{m_2}} + \dots + \frac{1}{k_{m_i}}$$

$$k_m = \frac{0.577\,\pi E d}{\ln\left(\frac{1.155t + d_w - d}{1.155t + d_w + d} \cdot \frac{d_w + d}{d_w - d}\right)}$$

قطر پولکی

Scanned by CamScanner

مراحل طراحی اتصال پیچی ← طراحی اتصال پیچی شامل تعیین ۳ پارامتر زیر می باشد :

① انتخاب تعداد ، جنس و اندازه پیچ ها ② انتخاب پیش بار ③ تعیین کشتاور سفت کننده

انتخاب جنس پیچ ← جدول ۱۱ـ ۸ کتاب

کاربردهای نیمه حساس { ۵/۸ ، ۴/۸ و ۴/۶ فولاد نیم سخت
۸/۸ و ۶/۸ فولاد سخت

کاربردهای حساس { ۱۲/۹ و ۱۰/۹ و ۹/۸ فولاد سخت + عملیات حرارتی

ملاحظات ظاهری ←

در مورد انتخاب تعداد و قطر پیچ از روابط حدودی زیر استفاده کنید :

① آرایش پیچ ها متقارن باشد ② قطر پیچ در حدود ضخامت قطعه باشد

ضریب اطمینان ← با توجه به عدم اطمینان های فنی در ساخت پیچ ، ضریب اطمینان پیچ از ۳ کمتر نباشد

در کاربردهایی که بارگذاری ضربه ای داریم و یا خطر جانی وجود دارد ، ضریب اطمینان طراحی از ۵ کمتر نیست .

طراحی پیچ در انواع بارگذاری ←

بارگذاری ایستا : همان طور که قبلاً نیز اشاره شد ، نیروی وارد بر پیچ تحت اثر بار استاتیکی P برابر است با

$$F_b = C.P + F_i$$

در نتیجه تنش کششی ایجاد شده برابر است با

$$\sigma_b = \frac{C.P + F_i}{A_t}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

از آن جایی که حداکثر مقاومت تحملی پیچ، مقاومت گواه (S_p) می باشد، لذا ضریب ایمنی تسلیم یک پیچ در طراحی

تحت اثر بار استاتیکی برابر است با: $n = \frac{S_p}{\sigma_b} = \frac{S_p \cdot A_t}{C \cdot P + F_i}$

شاخص دیگر ضریب بار است که به منظور پیش گیری از زیاد شدن بار است که این ضریب را در معادله σ_b

در P ضرب می نماییم و مساوی با مقاومت گواه می گیریم

$$\frac{C n_L P + F_i}{A_t} = S_p$$

$$n_L = \frac{S_p A_t - F_i}{C \cdot P}$$

برای یک اتصال سالم نکته اساسی دیگر این است که بارهای کم تر از بار آستانه ی جدا شدن اتصال باشد

که اگر جدا شوند تمام بار روی پیچ قرار می گیرد یعنی $F_m = 0$ است که n ضریب ایمنی در برابر جداشی اتصال

است

$$F_m = 0 \qquad (1-C) n P - F_i = 0 \Rightarrow n = \frac{F_i}{(1-C)P}$$

بارگذاری خستگی: اگر بر روی قطعاتی که با پیچ و مهره به یک دیگر متصل شده اند بارگذاری خستگی اعمال شود

در این صورت حداکثر و حداقل نیروی وارد بر پیچ عبارت اند از:

$$F_{max} = C \cdot P + F_i \qquad F_{min} = F_i$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{F_{max} - F_{min}}{2A_t} = \frac{C \cdot P}{2A_t}$$

$$\sigma_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2A_t} = \sigma_a + \frac{F_i}{A_t}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

ضرایب تمرکز تنش خستگی برای پیچ از جدول ۱۴-۸ کتاب بدست می‌آورید. استحکام حد دوام تصحیح شده از جدول ۱۷-۸ بدست می‌آورید. معیار گودمن، معیار معروفی در تحلیل خستگی پیچ است، در معیارهای خستگی بجای S_y از S_p استفاده می‌شود.

ضرایب تمرکز تنش خستگی برای پیچ از جدول ۱۲-۸ کتاب بدست می‌آورید. استحکام حد دوام تصحیح شده از جدول ۱۷-۸ بدست می‌آید. معیار گودمن، معیار مصرفی در تحلیل خستگی پیچ است. در معیارهای خستگی بجای S_y از S_p استفاده می‌شود.

مثال ← در یک اتصال با پیچ سختی هر پیچ ۴ $\frac{\text{mega Pond}}{\text{inch}}$ و سختی عضوها برای هر پیچ ۱۲ $\frac{\text{m Pond}}{\text{inch}}$ است. اتصال از نوع باز و بسته شو می‌باشد. بار نوسانی $P_{min}=20\ \frac{\text{k Pond}}{\text{inch}^2}$، $P_{max}=80$ به همه‌ی اتصال وارد می‌شود که بین پیچ‌ها یکسان پخش می‌شود. پیچ‌ها از نوع UNC − ½ × ۱۳ گروه ۸ با رزوه نورد در نظر بگیرید. الف) کم‌ترین شمار پیچ‌ها را در برابر تسلیم ب) کم‌ترین شمار پیچ‌ها را در برابر جدایش اتصال بدست آورید.

سیستم انگلیسی — نوع دنده — قطر بزرگ — تعداد دنده در هر اینچ

حل: UNC − ½ × ۱۳

$F_b = C\cdot P + F_i$

جدول ۲-۵ $A_t = 0.1419\ \text{in}^2$

جدول ۹-۸ $S_p = 120\ \text{kpsi}$

$\sigma_b = \frac{C\cdot P + F_i}{A_t}$

$C = \frac{k_b}{k_b + k_m}$

$n_p = \frac{\sigma_b}{S_p} = \frac{C\cdot P + F_i}{A_t S_p}$

$F_i = 0.75 F_p$

$S_p = \frac{F_p}{A_t}$

$n_p = 1$ ← چون گفته حداقل

$P = N\left(\frac{A_t S_p - F_i}{C}\right)$

$\rightarrow N = \frac{PC}{A_t S_p - F_i}$ ($0.25\,A_t S_p$)

$C = \frac{4}{4+12} = 0.25$

$N = \frac{80\times 0.25}{0.25\times 0.1419\times 120} = 4.7$ $N = 5$ bolts

$F_i = 0.75\, S_p A_t$

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

ب) $F_m = (1-C)P - F_i$

$$P = N\left(\frac{F_i}{1-C}\right) \qquad N = \frac{P(1-C)}{F_i}$$

$$\rightarrow N = \frac{۸۰(۱-۰٫۲۵)}{۰٫۷۵(۱۲۰)(۰٫۱۴۱۹)} = ۴٫۷$$

$\longrightarrow N = ۵$ bolts

مثال ← برای سؤال قبل اگر ۱۰ پیچ بکار ببریم ضریب ایمنی بنابر معیار Goodman چقدر است

حل: $P_{max} = ۸۰$ ksi $\qquad P_{b_{max}} = \frac{۸۰}{۱۰} = ۸$ ksi

$P_{min} = ۲۰$ ksi $\qquad P_{b_{min}} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲$ ksi

UNC $- \frac{۱}{۲} \times ۱۳$ $\qquad A_t = ۰٫۱۴۱۹$ (۸-۲)

گرید ۸ $\qquad S_p = ۱۲۰ \quad , \quad S_{ut} = ۱۵۰$ (۸-۹) از جدول ها

$S_e = ۲۳٫۲$ (۸-۱۷)

$F_b = C \cdot P + F_i$

$F_i = ۰٫۷۵ F_p = ۰٫۷۵(S_p A_t)$

$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} = ۰٫۲۵$

$F_{b_{max}} = C \cdot P_{b_{max}} + F_i$

$F_{b_{min}} = C \cdot P_{min} + F_i$

$$\sigma_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{۲A_t} \quad , \quad \sigma_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{۲A_t}$$ ← فرمول ها

$$\rightarrow \sigma = \frac{C \cdot P_{b_{max}} + F_i - (C \cdot P_{b_{min}} + F_i)}{۲A_t} = \frac{C(P_{b_{max}} - P_{b_{min}})}{۲A_t} = \frac{۰٫۲۵(۸-۲)}{۲(۰٫۱۴۱۹)} = ۵٫۳ \text{ ksi}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:

Date

$$=۹۸٫۸۱ \text{ kpsi}$$

$$\sigma_m = \frac{C \cdot P_{b\,max} + F_i + C P_{b\,min} + F_i}{۲A_t} = \frac{C(P_{b\,max} + P_{b\,min})}{۲A_t} + \frac{F_i}{A_t} = \frac{۰٫۲۵(۸+۲)}{۲(۰٫۱۴۱۹)} + ۰٫۷۵(۱۲۰)$$

$$\sigma_i = \frac{F_i}{A_t}$$

$$n = \frac{S_e(S_{ut} - \sigma_i)}{\sigma_a S_{ut} + S_e(\sigma_m - \sigma_i)} = \frac{۲۳٫۲(۱۵۰-۹۰)}{۵٫۳ \times ۱۵۰ + ۲۳٫۲(۹۸٫۸۱-۹۰)} \longrightarrow \boxed{n = ۱٫۳۹}$$